Ficha de Trabalho

Limites de sucessões

1

1.1. Considere a sucessão (u_n) definida por $u_n = \frac{n+1}{n}$.

a) Determine a ordem a partir da qual todos os termos de (u_n) pertencem à vizinhança de 1 a menos de uma centésima.

b) Mostre, por definição, que $\lim(u_n) = 1$.

c) Mostre, por definição, que $\lim \frac{1}{n u_n} = 0$.

1.2. Determine o valor de:

a) $\lim \frac{1-2n}{3n}$

b) $\lim \frac{1-n}{3}$

c) $\lim \frac{\text{sen}(n)}{n+1}$

Ficha de Trabalho

2

Na figura está representada uma sequência de circunferências e quadrados alternados. Cada circunferência está inscrita num quadrado e, com excepção do primeiro, cada quadrado está inscrito numa circunferência.

A cinza pinta-se a área de cada região entre o quadrado e a circunferência nele inscrito ficando a branco a área de cada região entre a circunferência e o quadrado nela inscrita, como sugere a figura.



Sejam $a_n = (4-\pi)\times 2^{1-n}$, onde (a_n) dá a área da n-ésima região pintada a cinza; (b_n) uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$, onde (b_n) dá a área da n-ésima região a branco e $S_a(n)$ e $S_b(n)$ a soma n dos primeiros termos de (a_n) e (b_n), respectivamente.

1.1. Determine o lado do quadrado inicial e determine o termo geral de (b_n).

1.2. Sem efectuar quaisquer cálculos, apenas analisando o contexto da situação descrita, conjecture acerca do valor da soma $S_a(n)+S_b(n)$ quando n tende para $+\infty$, ou seja, conjecture acerca do valor de $\lim(S_a(n)+S_b(n))$ e interprete o resultado no contexto da situação descrita.

1.3. Determine o termo geral das sucessões $(S_a(n))$ e $(S_b(n))$

1.4. Determine analiticamente os valores de $\lim(S_a(n))$ e $\lim(S_b(n))$ e em seguida confirme o resultado que conjecturou em 1.2..