

Teste Intermédio

## Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 28.01.2009

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Nome do aluno \_\_\_\_\_

N.º \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste. A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

**O item 3.3. é resolvido no enunciado. Por este motivo, entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.**

## Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Qual das condições seguintes define, em referencial o.n.  $Oxyz$ , uma recta paralela ao eixo  $Oz$ ?

- (A)  $(x, y, z) = (7, 0, 0) + k(1, 1, 0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(B)  $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 7)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(C)  $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(7, 0, 0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$   
(D)  $(x, y, z) = (0, 0, 7) + k(1, 1, 0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

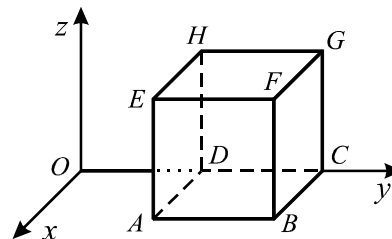
2. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$  define uma esfera. Qual das equações seguintes define um plano que divide essa esfera em dois sólidos com o mesmo volume?

- (A)  $x = 0$                       (B)  $x = 1$                       (C)  $x = 2$                       (D)  $x = 3$

3. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo de aresta 2.

Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$
- a aresta  $[DC]$  está contida no eixo  $Oy$
- o ponto  $D$  tem coordenadas  $(0, 2, 0)$



Os pontos de coordenadas  $(2, 2, 0)$  e  $(0, 4, 0)$  são vértices do cubo.

Qual é o plano mediador do segmento de recta cujos extremos são estes dois vértices?

- (A)  $ABC$                       (B)  $ACG$                       (C)  $BDH$                       (D)  $BCF$

4. Num certo prisma, cada uma das bases tem  $n$  vértices.

Quantas faces e quantas arestas tem esse prisma?

(A)  $2n$  faces e  $2n$  arestas

(B)  $2n$  faces e  $3n$  arestas

(C)  $n + 2$  faces e  $2n$  arestas

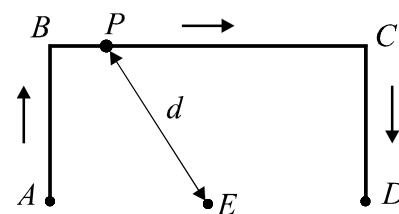
(D)  $n + 2$  faces e  $3n$  arestas

5. Na figura está representado o trajecto de um ponto  $P$ .

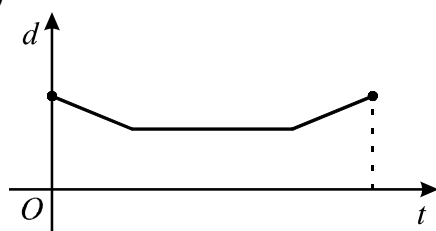
O ponto  $P$  iniciou o seu percurso em  $A$  e só parou em  $D$ , tendo passado por  $B$  e por  $C$ .

Para cada posição do ponto  $P$ , seja  $t$  o tempo decorrido desde o início do percurso e seja  $d$  a distância do ponto  $P$  ao ponto  $E$ .

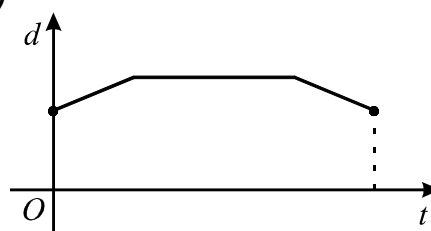
Qual dos gráficos seguintes pode relacionar correctamente as variáveis  $t$  e  $d$ ?



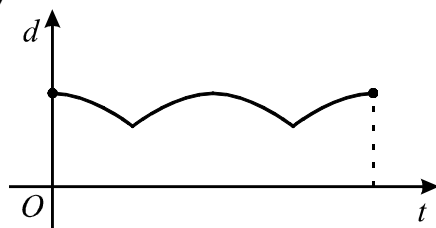
(A)



(B)



(C)



(D)

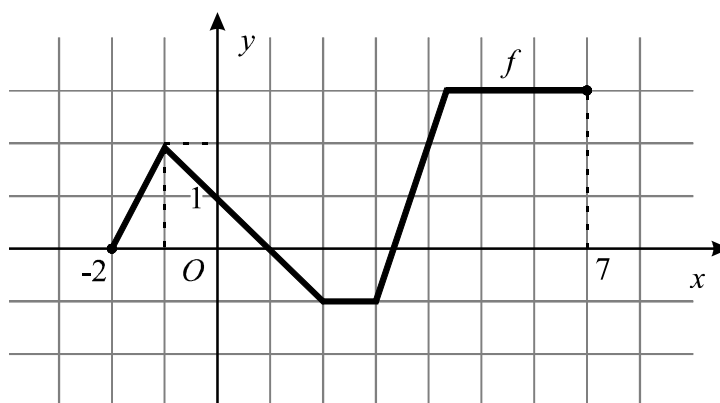


## Grupo II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura está representado, em referencial o.n.  $xOy$ , o gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $[-2, 7]$



Indique o conjunto solução da condição  $f(x) < 2$ . Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

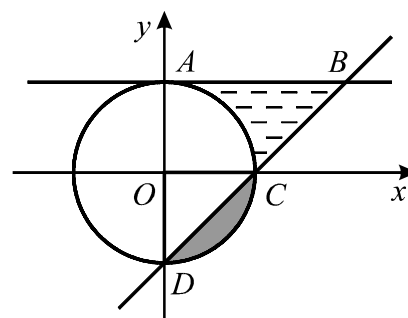
2. Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ :

- os pontos  $A$  e  $D$ , pertencentes ao eixo  $Oy$
- o ponto  $C$ , pertencente ao eixo  $Ox$
- a circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos  $A$ ,  $C$  e  $D$
- a recta  $BD$ , que contém o ponto  $C$
- a recta  $AB$ , paralela ao eixo  $Ox$

O ponto  $B$  tem coordenadas  $(6, 3)$

Estão assinaladas na figura duas regiões:

- uma, tracejada, no primeiro quadrante
- outra, sombreada, no quarto quadrante



- 2.1. Mostre que uma equação da mediatriz do segmento  $[BC]$  é  $y = -x + 6$

- 2.2. Defina, por meio de uma condição, a região **sombreada**, incluindo a fronteira.

- 2.3. Determine a área da região **tracejada**. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

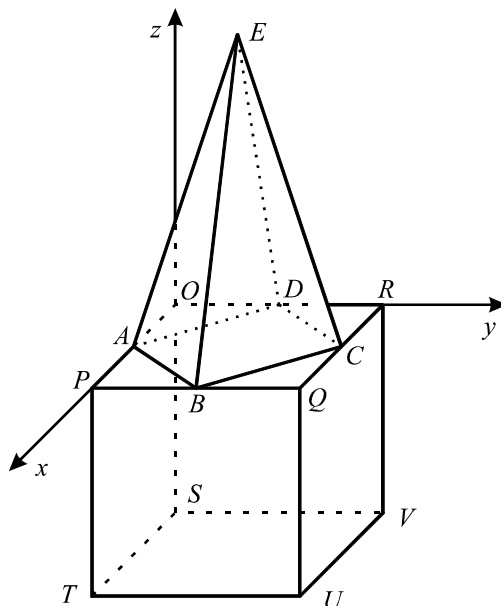
3. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice  $P$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $R$  pertence ao eixo  $Oy$ .

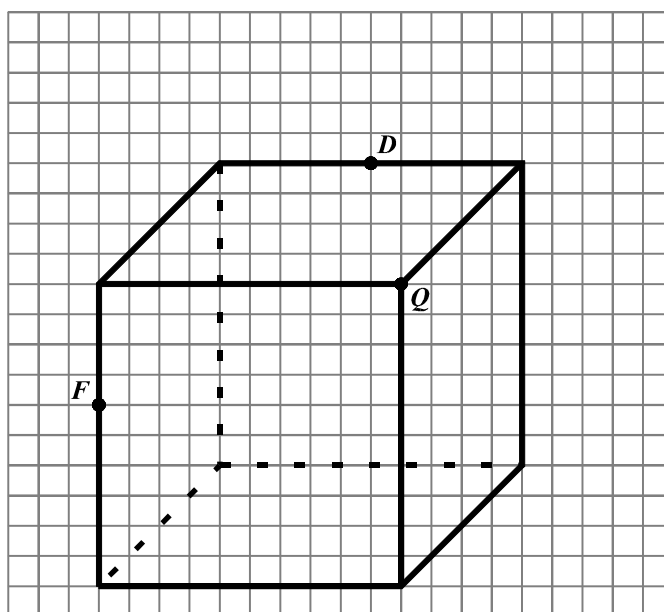
Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado  $[OPQR]$ .

O ponto  $Q$  tem coordenadas  $(2, 2, 0)$ .

O volume do sólido é igual a 10.



- 3.1. Determine a cota do ponto  $E$ .
- 3.2. Determine uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto  $T$  e que contém o ponto  $C$ .
- 3.3. Na figura abaixo está representado o cubo, em papel quadriculado. **Nesta figura, desenhe**, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano  $FQD$ . Em seguida, **assinale** com um  $X$  a opção correcta, quanto à forma da secção.

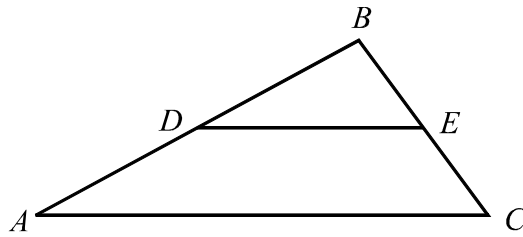


A secção obtida é um

- triângulo
- rectângulo
- losango
- trapézio
- pentágono
- hexágono

**Nota:** este item é resolvido no enunciado; por este motivo, escreva o seu nome na primeira página do enunciado e entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.

4. Na figura está representado um triângulo  $[ABC]$ . Os pontos  $D$  e  $E$  são os pontos médios dos lados  $[AB]$  e  $[BC]$ , respectivamente.



**Utilizando cálculo vectorial**, prove que as rectas  $AC$  e  $DE$  são paralelas.

### **Sugestão**

*Percorra as seguintes etapas:*

- *Exprima o vector  $\overrightarrow{AC}$  à custa dos vectores  $\overrightarrow{AB}$  e  $\overrightarrow{BC}$*
- *Relacione o vector  $\overrightarrow{AB}$  com o vector  $\overrightarrow{DB}$*
- *Relacione o vector  $\overrightarrow{BC}$  com o vector  $\overrightarrow{BE}$*
- *Mostre que  $\overrightarrow{AC} = 2 \overrightarrow{DE}$*
- *Utilize a igualdade anterior para justificar que as rectas  $AC$  e  $DE$  são paralelas*

**FIM**

## COTAÇÕES

**Grupo I .....(5 × 10 pontos) ..... 50 pontos**

**Grupo II ..... 150 pontos**

**1. .... 15 pontos**

**2. .... 55 pontos**

**2.1. .... 15 pontos**

**2.2. .... 20 pontos**

**2.3. .... 20 pontos**

**3. .... 60 pontos**

**3.1. .... 20 pontos**

**3.2. .... 20 pontos**

**3.3. .... 20 pontos**

**4. .... 20 pontos**

**TOTAL ..... 200 pontos**