

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 24.01.2008

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

Grupo I

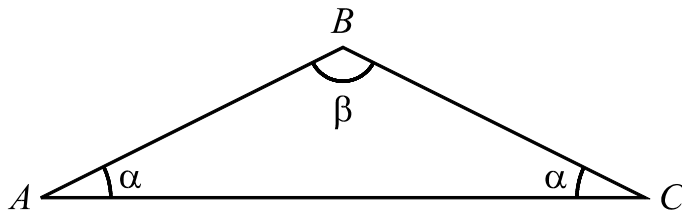
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, o item será anulado, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Num referencial o. n. $Oxyz$, sejam α e β os planos definidos pelas equações:

$$\alpha : x + y - z = 1 \quad \text{e} \quad \beta : 2x + 2y - 2z = 1$$

A intersecção dos planos α e β é

- (A) o conjunto vazio
(B) um ponto
(C) uma recta
(D) um plano
2. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ com dois ângulos de amplitude α e um ângulo de amplitude β .



Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?

- (A) $\cos \beta = \sin(2\alpha)$
(B) $\cos \beta = \cos(2\alpha)$
(C) $\cos \beta = -\sin(2\alpha)$
(D) $\cos \beta = -\cos(2\alpha)$
3. Seja θ um valor pertencente ao intervalo $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$
Qual das expressões seguintes designa um número real positivo?
- (A) $\cos \theta - \sin \theta$
(B) $\sin \theta \times \cos \theta$
(C) $\sin \theta \times \operatorname{tg} \theta$
(D) $\sin \theta - \operatorname{tg} \theta$

4. Considere a equação $1 + 3 \operatorname{tg}(2x) = 4$
Qual dos seguintes valores é solução desta equação?

(A) $-\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{3\pi}{8}$ (C) $\frac{5\pi}{8}$ (D) $\frac{7\pi}{8}$

5. Considere o seguinte problema:

Uma frutaria confecciona dois tipos de bebidas com sumo de laranja e sumo de manga.

Bebida X: com um litro de sumo de laranja por cada litro de sumo de manga.

Bebida Y: com dois litros de sumo de laranja por cada litro de sumo de manga.

Para confeccionar estas bebidas, a frutaria dispõe diariamente de 12 litros de sumo de laranja e de 10 litros de sumo de manga. Cada litro de bebida X dá um lucro de 4 euros e cada litro de bebida Y dá um lucro de 5 euros. Supondo que a frutaria vende diariamente toda a produção destas bebidas, quantos litros de bebida X e quantos litros de bebida Y deve confeccionar por dia, para maximizar o lucro?

Sendo x o número de litros de bebida X e sendo y o número de litros de bebida Y, qual das opções seguintes traduz correctamente este problema?

(A) Maximizar $4x + 5y$ sujeito a

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} \leq 12 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \leq 10 \end{cases}$$

(B) Maximizar $12x + 10y$ sujeito a

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} \leq 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \leq 4 \end{cases}$$

(C) Maximizar $4x + 5y$ sujeito a

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 12 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$$

(D) Maximizar $12x + 10y$ sujeito a

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 5 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Grupo II

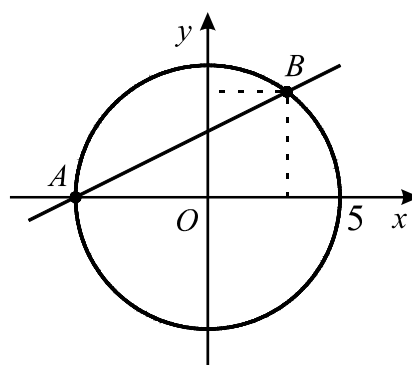
Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy , uma recta AB e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5

Os pontos A e B pertencem à circunferência.

O ponto A também pertence ao eixo das abcissas.



- 1.1. Admitindo que o declive da recta AB é igual a $\frac{1}{2}$, resolva as três alíneas seguintes:

1.1.1. Mostre que uma equação da recta AB é $x - 2y + 5 = 0$

1.1.2. Mostre que o ponto B tem coordenadas $(3, 4)$

1.1.3. Seja C o ponto de coordenadas $(-3, 16)$
Verifique que o triângulo $[ABC]$ é rectângulo em B

- 1.2. Admita agora que o ponto B se desloca ao longo da circunferência, no primeiro quadrante.

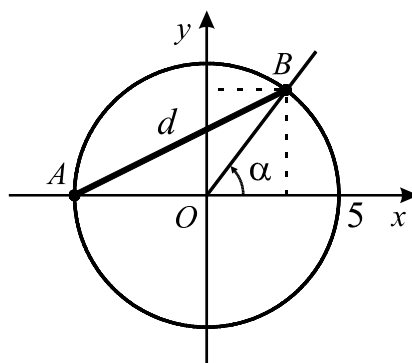
Para cada posição do ponto B , seja α a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semi-recta $\dot{O}B$

Seja d o comprimento do segmento $[AB]$

1.2.1. Mostre que $d^2 = 50 + 50 \cos \alpha$

1.2.2. Para uma certa posição do ponto B , tem-se $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{24}$

Sem recorrer à calculadora, determine, para este caso, o valor de d



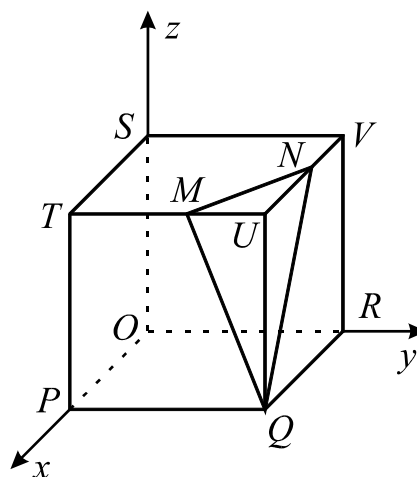
2. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OPQRSTUVWXYZ]$ de aresta 5

O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial.

Os vértices P , R e S do cubo pertencem aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respectivamente.

O triângulo escaleno $[MNQ]$ é a secção produzida no cubo pelo plano α de equação

$$10x + 15y + 6z = 125$$



- 2.1. Escreva uma condição que defina a recta que passa por U e é perpendicular ao plano α

- 2.2. Seja β a amplitude, em **graus**, do ângulo MQN . Determine β
Apresente o resultado arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Sugestão: comece por determinar as coordenadas dos pontos M e N

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 50 pontos

Cada resposta certa 10 pontos
Cada resposta errada..... 0 pontos
Cada item não respondido ou anulado 0 pontos

Grupo II 150 pontos

1. 105 pontos

1.1. 55 pontos

1.1.1. 15 pontos

1.1.2. 20 pontos

1.1.3. 20 pontos

1.2. 50 pontos

1.2.1. 25 pontos

1.2.2. 25 pontos

2. 45 pontos

2.1. 20 pontos

2.2. 25 pontos

TOTAL 200 pontos