TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

7 de Dezembro de 2006

RESOLUÇÃO - VERSÃO 1

Grupo I

1. $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 3 = 18$

Resposta **B**

2. $1 \times 1 \times 3! + 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 14$

Resposta **B**

3. O número de elementos é 8. Eles são os seguintes:
${}^{2006}C_0$ ... ${}^{2006}C_3$ e ${}^{2006}C_{2003}$ ... ${}^{2006}C_{2006}$

Resposta **A**

4. $P\left[(A \cup B) \cap \overline{B}\right] = P\,(B \cap \overline{B}\,) = P\,(\emptyset) = 0$

Resposta **A**

5. $P(B|A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(C)}{P(A)}$ pois $C = B \cap A$

$$\frac{15}{16} = \frac{\frac{3}{8}}{P(A)} \quad \Leftrightarrow \quad P(A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}} = \frac{2}{5}$$

Resposta **B**

6. $0{,}2 + 0{,}4 + b = 1 \;\Leftrightarrow\; b = 0{,}4$
$a \times 0{,}4 + 2a \times 0{,}4 = 2{,}4 \;\Leftrightarrow\; a = 2$

Resposta **C**

7. A Curva de Gauss é simétrica em relação ao valor médio. Por isso, a probabilidade de, escolhido um rapaz ao acaso, a sua altura pertencer ao intervalo $]-\infty, 140]$ é 50%. O mesmo acontece em relação ao intervalo $[140, +\infty[$.
Cada uma das opções A, B e D conduz a um intervalo que está contido num daqueles dois intervalos, pelo que a respectiva probabilidade é inferior a 50%.

Resposta **C**

Grupo II

1.

1.1. $3 \times 12! = 1437004800$

1.2. $\dfrac{{}^{4}C_1 \times {}^{48}C_5}{{}^{52}C_6} \approx 0{,}34$ ou $\dfrac{4 \times {}^{48}A_5 \times 6}{{}^{52}A_6} \approx 0{,}34$

2.

2.1. Tem-se:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$

Donde vem:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$0{,}4$	$0{,}5$	$0{,}1$

2.2. $\dfrac{{}^{4}C_2 + {}^{5}C_2}{{}^{10}C_2} = \dfrac{16}{45}$

2.3. É pedida a probabilidade de *sair bola com o número* 1 *na segunda extracção*, sabendo que *saiu bola com o número* 1 *na primeira extracção*.
Ao observarmos que saiu bola com o número 1 na primeira extracção, repomos essa bola no saco, juntamente com mais dez bolas com o número 1.
O saco fica, assim, com catorze bolas com o número 1, num total de vinte bolas.
A probabilidade pedida é, então, de acordo com a Regra de Laplace, igual a $\dfrac{14}{20}$.

3.

Tem-se que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sabemos o valor de $P(B)$ e de $P(A \cap B)$. Falta saber o valor de $P(A)$.

Como A e B são acontecimentos independentes, tem-se que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Portanto, $\dfrac{1}{2} = P(A) \times \dfrac{2}{3}$ donde $P(A) = \dfrac{1}{2} : \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{4}$

Vem, assim, que $P(A \cup B) = \dfrac{3}{4} + \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{12} + \dfrac{8}{12} - \dfrac{6}{12} = \dfrac{11}{12}$