

Prova de Aferição de MATEMÁTICA - 8º Ano 2018

Proposta de resolução

1.

- 1.1. Como os dados se reportam a um conjunto de 6 dados, podemos escrever os dados numa lista ordenada e dividi-la em duas partes com 3 dados cada, para determinar os quartis.

$$\underbrace{130 \quad \overbrace{139}^{Q_1} \quad 167}_3 \quad \underbrace{179 \quad \overbrace{198}^{Q_3} \quad 213}_3$$

Assim, o primeiro quartil é o valor central da primeira metade da lista, ou seja: $Q_1 = 139$

Resposta: **Opção C**

- 1.2. Como a média dos primeiros 6 meses foi 171 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período (T_6), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_6}{6} = 171 \Leftrightarrow T_6 = 171 \times 6 \Leftrightarrow T_6 = 1026$$

Como a média dos primeiros 7 meses foi 181 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período (T_7), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_7}{7} = 181 \Leftrightarrow T_7 = 181 \times 7 \Leftrightarrow T_7 = 1267$$

Assim, temos que o número de passageiros que embarcou no mês de julho, em milhares, é a diferença dos dois valores anteriores:

$$T_7 - T_6 = 1267 - 1026 = 241$$

Ou seja, no mês de julho embarcaram 241 000 passageiros em voos nacionais.

2. Verificando que $0,4 = \frac{4}{10}$, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição, somando as frações e escrevendo o resultado na forma de uma fração irredutível, temos que:

$$\frac{1}{3} - \frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{10} \right) = \frac{1}{3_{(10)}} - \frac{20}{15_{(2)}} + \frac{20}{30} = \frac{10}{30} - \frac{40}{30} + \frac{20}{30} = -\frac{10}{30_{(\div 10)}} = -\frac{1}{3}$$

3. Como o 1º. termo tem oito triângulos e cada termo tem mais quatro triângulos que o anterior, o 2º. termo tem $8 + 4 = 12$ triângulos.

Assim apenas a expressão $4n + 4$ pode representar o número de triângulos do termo de ordem n , porque as restantes três expressões têm valores numéricos diferentes de 12 para $n = 2$ ($2+4 = 6$; $4 \times 2 = 8$ e $8 \times 2 = 16$)

Resposta: **Opção B**



4. Analisando cada uma das três expressões temos:

(1) $2^{47} \times 2^{-7} = 2^{47+(-7)} = 2^{47-7} = 2^{40}$, pelo que temos que se $2^{40} = 2^x$, então $x = 40$

(2) Como $5^0 = 1$, então temos que $5^x = 5^0$ ou seja $x = 0$

(3) Como $\frac{1}{4^{10}} = 4^{-10}$, então temos que $4^x = 4^{-10}$ ou seja $x = -10$

5. Como as retas a , b e c são paralelas, podemos afirmar, pelo Teorema de Tales, que os segmentos produzidos nas retas r e s são proporcionais, ou seja:

$$\frac{\overline{WV}}{\overline{YW}} = \frac{\overline{ZU}}{\overline{XZ}}$$

Desta forma, substituindo as medidas dos comprimentos conhecidos, o valor de \overline{WV} , em centímetros, é:

$$\frac{\overline{WV}}{3,6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = \frac{4 \times 3,6}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = 4,8 \text{ cm}$$

6. Como a torneira verte 60 dm^3 em 5 minutos, num minuto verte $\frac{60}{5} = 12 \text{ dm}^3$

Assim, em x minutos a torneira verte $12 \times x \text{ dm}^3$, pelo que a função f pode ser definida pela expressão

$$f(x) = 12x$$

Resposta: **Opção D**

7. Como a luz refletida pela Lua demora 1,28 segundos a chegar à Terra e viaja a uma velocidade de $300\,000\,000 = 3 \times 10^8$ metros por segundo, então a distância da Terra à Lua (D) é o produto dos valores anteriores, ou seja:

$$D = 1,28 \times 3 \times 10^8 = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$$

8. Como o volume do cubo é 729 dm^3 , então o comprimento da aresta do cubo é: $a = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ dm}$

Desta forma a área de cada face é: $A_{\text{Face}} = a^2 = 9^2 = 81 \text{ dm}^2$

E assim a área da planificação, ou seja, das 6 faces, é:

$$A_{\text{Total}} = 6 \times A_{\text{Face}} = 6 \times 81 = 486 \text{ dm}^2$$

9. Identificando a diferença de quadrados na expressão (1), o quadrado da diferença na expressão (2) e colocando o fator comum (x) em evidência na expressão (3), temos:

(1) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(1)**

(2) $9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x - 1)^2$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(C)** na linha **(2)**

(3) $x^2 - 3x = x(x - 3)$, pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**



10.

10.1. Como a medida da base maior do trapézio é $\overline{AB} = 20$ m, a medida da base menor é $\overline{DC} = 12$ m e a medida da altura é $\overline{AD} = 6$ m, temos que a área do trapézio, em m^2 , é:

$$\frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \times \overline{AD} = \frac{20 + 12}{2} \times 6$$

Resposta: **Opção A**

10.2. O comprimento da rede que irá delimitar a horta, é o perímetro do trapézio.

Para calcular o perímetro do trapézio, é necessário determinar o comprimento \overline{BC}

Considerando o ponto P , como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C , com a reta AB , temos que:

- $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{CD} = 20 - 12 = 8$ m

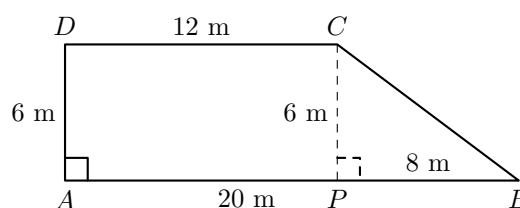
- $\overline{CP} = \overline{AD} = 6$ m

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{CP}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 100 \xrightarrow{\overline{BC} > 0}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$



Assim, vem que ao comprimento da rede, ou seja o perímetro do trapézio $[ABCD]$, é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 20 + 10 + 12 + 6 = 48 \text{ m}$$

11. Resolvendo a equação, e apresentando o resultado na forma de fração, temos:

$$x - \frac{2-x}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{1(6)} - \frac{2-x}{3(2)} = \frac{1}{2(3)} \Leftrightarrow \frac{6x}{6} - \frac{4-2x}{6} = \frac{3}{6} \Leftrightarrow 6x - 4 + 2x = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x + 2x = 3 + 4 \Leftrightarrow 8x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{8}$$

$$C.S. = \left\{ \frac{7}{8} \right\}$$

12. Resolvendo as equações, usando a lei do anulamento do produto, temos:

(1) $(x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \vee x+2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$

$$C.S. = \{-2, 1\}$$

(2) $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2 = x$

$$C.S. = \{0, 2\}$$



13. Podemos resolver o sistema para encontrar a solução, ou então substituir as soluções apresentadas no sistema, para identificar qual delas verifica as duas equações do sistema simultaneamente:

$$\bullet \text{ Opção (A): } \begin{cases} 3(-1) + 0 = -3 \\ -1 + 2(0) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 0 = -3 \\ -1 + 0 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -3 \\ -1 = 4 \end{cases} \quad (\text{Proposição falsa})$$

$$\bullet \text{ Opção (B): } \begin{cases} 3(1) + 6 = -3 \\ 1 + 2(6) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 6 = -3 \\ 1 + 12 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = -3 \\ 13 = 4 \end{cases} \quad (\text{Proposição falsa})$$

$$\bullet \text{ Opção (C): } \begin{cases} 3(-2) + 3 = -3 \\ -2 + 2(3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 3 = -3 \\ -2 + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -3 \\ 4 = 4 \end{cases} \quad (\text{Proposição verdadeira})$$

$$\bullet \text{ Opção (D): } \begin{cases} 3(4) + 0 = -3 \\ 4 + 2(0) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 + 0 = -3 \\ 4 + 0 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 = -3 \\ 4 = 4 \end{cases} \quad (\text{Proposição falsa})$$

Resposta: **Opção C**

14. Como x é o comprimento, em metros, da parte maior do fio e y é o comprimento, em metros, da parte menor do fio, e o fio tem 3 metros de comprimento, temos que $x + y = 3$

Por outro lado, como uma parte (a maior) deve ter mais 0,7 metros que a outra (a menor), temos que $x = y + 0,7$

Assim, um sistema de equações que permita determinar o o comprimento, em metros, de cada uma das partes do fio, pode ser:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x = y + 0,7 \end{cases}$$



15.

15.1. Em cada linha temos que:

(1) Identificando os vetores \overrightarrow{AD} e \overrightarrow{DN} podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN}$$

peço que deve ser assinalada a coluna **(E)** na linha **(1)**

(2) Identificando os vetores \overrightarrow{AD} e \overrightarrow{DO} podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

E que:

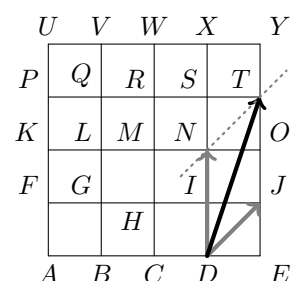
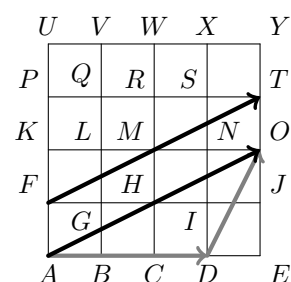
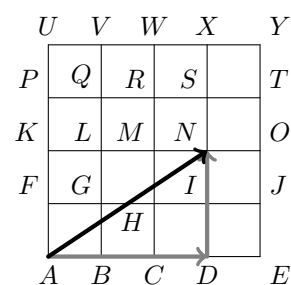
$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{FT}$$

peço que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(2)**

(3) Identificando os vetores \overrightarrow{DN} e \overrightarrow{DJ} e usando a regra do paralelogramo para fazer a soma, podemos observar que:

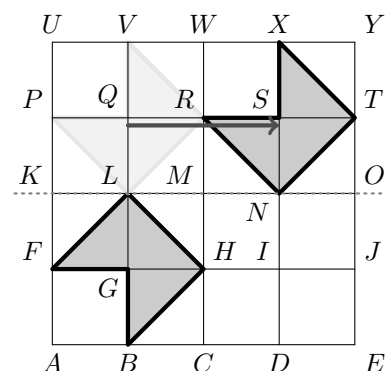
$$\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DT}$$

peço que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**



15.2. Considerando a reflexão do pentágono $[BHLFG]$ de eixo KO e depois a translação do pentágono transformado pelo vetor \overrightarrow{QS} , obtemos o pentágono $[NTXSR]$, pelo que a isometria que transforma $[BHLFG]$ em $[NTXSR]$ é a reflexão deslizante de eixo KO e vetor \overrightarrow{QS}

Resposta: **Opção C**



16. Observando a representação das retas e as coordenadas dos pontos assinalados, temos que:

- (1) A reta r intersecta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, -1)$, pelo que:

A ordenada na origem da reta r é -1

- (2) Como a reta s contém os pontos de coordenadas $(2,2)$ e $(3,0)$, então podemos calcular o valor do declive: $m_s = \frac{0-2}{3-2} = \frac{-2}{1} = -2$

E assim, temos que:

O declive da reta s é -2

- (3) Como a equação dada tem ordenada na origem 3, a equação apenas pode definir retas que intersectam o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0,3)$, ou seja, a reta t ou a reta u

Assim se o ponto de coordenadas $(-4,1)$ verificar a igualdade $y = \frac{1}{2}x + 3$, esta equação define a reta t , se o ponto de coordenadas $(-2,0)$ verificar a mesma igualdade será a reta u definida pela equação. Fazendo a verificação com o o ponto de coordenadas $(-4,1)$, temos

$$1 = \frac{1}{2} \times (-4) + 3 \Leftrightarrow 1 = \frac{-4}{2} + 3 \Leftrightarrow 1 = -2 + 3 \Leftrightarrow 1 = 1$$

Como da verificação resulta uma proposição verdadeira, temos que:

A equação $y = \frac{1}{2}x + 3$ define a reta t

17. O triângulo $[ADB]$ é uma redução do triângulo $[BCD]$ (porque resultam da decomposição de um triângulo retângulo pela altura referente à hipotenusa).

Como os lados $[AB]$ e $[BC]$ são correspondentes, porque ambos são o lado que se opõe ao ângulo reto nos respetivos triângulo, então a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Assim, como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [ADB]}{\text{Área do triângulo } [BDC]} = r^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Resposta: **Opção A**

