

Ano Letivo: **2013/2014**

Data: **11/05/2013**

Prova: **MATEMÁTICA**

Duração da Prova: **2h**

Tolerância: **15 min**

A preencher pelo candidato	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente em Vigilância
	Nome do Candidato: _____	Classificação Final
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> C.Cid. <input type="checkbox"/> Pas. <input type="checkbox"/> C.Cond. <input type="checkbox"/> Outro	
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	_____
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	(0-200)
	Curso(s) a que se candidata: _____	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
Número de <u>folhas extra</u> entregues pelo Candidato: <input type="checkbox"/>		

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância

**Material admitido:**

- Material de escrita.
- Máquina de calcular elementar ou máquina de calcular científica (não gráfica).

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda na página fornecida para o efeito, respeitando as regras nela indicadas. Só serão consideradas as respostas dadas nessa página.
- O Grupo II inclui 8 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 12.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 18 páginas e termina com a palavra **FIM**.

Na página 17 é indicada a cotação de cada pergunta.

Na página 18 é disponibilizado um formulário.

Nº Respostas CERTAS:

Classificação Grupo I:

Rubrica de Docente Corretor

**FOLHA DE RESPOSTAS DO GRUPO I**

Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível.  
Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar resposta correta:



Anular a resposta:



Assinalar de novo resposta anulada:



1



2



3



4



5



6



7



A preencher pelo  
candidato

Nome do Candidato: \_\_\_\_\_

Número do Documento de Identificação:

Escola(s) a que se candidata:  ESEIG  ESTGF  ISCAP  ISEP

Curso(s) a que se candidata: \_\_\_\_\_

## GRUPO I – RESPONDA NA PÁGINA FORNECIDA PARA O EFEITO

1. Entre as várias escalas de temperatura existentes, as mais utilizadas são a escala em graus Celsius ( $^{\circ}C$ ) e a escala em graus Fahrenheit ( $^{\circ}F$ ). No Sistema Internacional (S.I.) utiliza-se a escala absoluta em Kelvin ( $K$ ). A relação entre graus Celsius e graus Fahrenheit pode ser dada por  $F = \frac{9}{5}C + 32$  e a correspondência entre Kelvin e graus Celsius pode ser expressa por  $C = K - 273,15$ . Então, a relação entre Kelvin e graus Fahrenheit pode ser dada por:

(A)  $K = \frac{9F - 288}{5} + 273,15$

(C)  $\frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273,15}{5}$

(B)  $\frac{K - 273,15}{9} = \frac{F - 32}{5}$

(D)  $K = \frac{5F - 150}{9} - 273,15$

2. Seja  $g$  uma função quadrática. Sabendo que a função admite um zero para  $x=3$  e que  $g(0) = g(2) < 0$ , podemos afirmar que  $g(x) > 0$  se e só se:

(A)  $x \in ]-1, 3[$

(C)  $x \in ]-\infty, 0[ \cup ]2, +\infty[$

(B)  $x \in ]0, 2[$

(D)  $x \in ]-\infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$

3. O domínio da função real de variável real  $f$ , definida por  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\ln(2x-1)}$ , é:

(A)  $[1, +\infty[$

(C)  $] \frac{1}{2}, +\infty [$

(B)  $] \frac{1}{2}, 1 [$

(D)  $[-1, 1]$

4. Se  $\log_3(a) = \frac{1}{4}$ , então o valor de  $\log_3\left(\frac{a^4}{9}\right)$  é:

(A) -2

(C) -1

(B) 2

(D) 3

5. Na figura ao lado estão representados, num referencial ortonormado  $xOy$ , o círculo trigonométrico e um triângulo  $[OAB]$ .

Os pontos  $A$  e  $B$  pertencem à circunferência.

A reta  $AB$  é paralela ao eixo  $Ox$ .

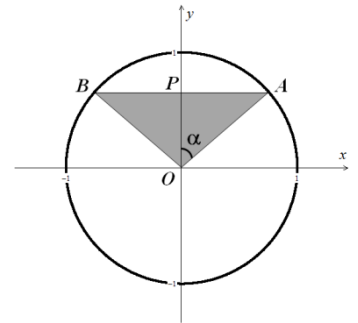
Seja  $\alpha$  a amplitude do  $\angle AOP$  tal que  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , indique, entre as expressões seguintes, a que pode representar a área do triângulo  $[OAB]$  em função de  $\alpha$ .

(A)  $\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$

(C)  $\operatorname{tg}(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$

(B)  $\frac{\sin(2\alpha) \cdot \cos(2\alpha)}{2}$

(D)  $\frac{\operatorname{tg}(2\alpha) \cdot \cos(2\alpha)}{2}$



6. Considere a função real de variável real  $h$ , definida por  $h(x) = k \cdot x^n$ ,  $k \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Sabendo que  $h'(1) = 2$  e  $h'(3) = 54$ , então os valores de  $k$  e  $n$  são:

(A)  $k = 2$  e  $n = 4$

(C)  $k = 2$  e  $n = 3$

(B)  $k = \frac{1}{2}$  e  $n = 4$

(D)  $k = 1$  e  $n = 2$

7. Na figura ao lado encontra-se parte da representação geométrica do gráfico de uma função real de variável real  $f$  definida por

$$f(x) = a + \frac{b}{x+c}, \text{ onde } a, b, c \in \mathbb{R}$$

As retas de equação  $x = 2$  e  $y = 1$  são assíntotas do gráfico da função.

O ponto  $(0,0)$  pertence ao gráfico da função.

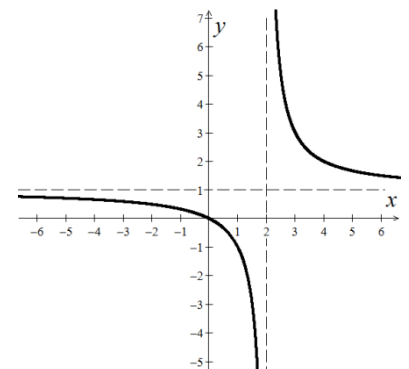
No caso da função representada, os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  são:

(A)  $a = -1$ ,  $b = -2$ ,  $c = -2$

(C)  $a = -1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 2$

(B)  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 2$

(D)  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -2$



<b>POLITÉCNICO DO PORTO</b>		<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q1.	GII Q2.
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	Clas. Parcial Q1+Q2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corretor	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

## GRUPO II

1. A piscina retangular do Clube IPP tem 25 metros de comprimento, 16 metros de largura e 2,5 metros de profundidade a todo o comprimento. A função  $v(t) = 4t$  dá-nos a quantidade de água, em metros cúbicos,  $t$  minutos depois de aberta a torneira de enchimento, isto é, esta torneira tem um caudal constante de  $4\text{m}^3$  por minuto. Num dia de aulas na piscina do clube, o senhor António, responsável pela manutenção da piscina, chegou às instalações às 7h15m e verificou que esta estava quase vazia, tendo apenas  $200\text{ m}^3$  de água. Sabendo que, nesse dia, as aulas se iniciavam às 10h30m, diga, justificando, se o senhor António dispunha de tempo para encher a piscina até à hora de início da primeira aula.

2. Calcule o valor da seguinte expressão numérica utilizando, sempre que possível, as regras das

operações com potências: 
$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-30} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{15} \div (0,3)^{45}}{\left[3 \times 2^2 - 7 \times (-1)^4\right]^{44}}$$



A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q3.	GII Q4.
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	Clas. Parcial Q3+Q4	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corretor	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

3. Determine todos os valores inteiros de  $x$  que verificam simultaneamente as inequações:

$$6(x+5) - 2(4x+2) > 10 \quad \text{e} \quad 7 - 3x < 4$$

4. Sabendo que  $\text{sen}(2x) = a$ , com  $a \neq 0$ , mostre que:  $\frac{a \cdot \text{sen}(x)}{2 \cos(x)} + \frac{a \cdot \cos(x)}{2 \text{sen}(x)} = 1$





A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q5.1.1	
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	GII Q5.1.2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	GII Q5.2	
	Curso(s) a que se candidata: _____	Clas. Parcial GII Q5	
		Rubrica de Docente Corretor	

5. Um objeto foi colocado numa panela com água à temperatura de 100 graus Celsius ( $^{\circ}C$ ) e manteve-se a temperatura da água constante. A temperatura do objeto, em graus Celsius ( $^{\circ}C$ ),  $t$  segundos após a colocação na panela, é dada por:  $T(t) = 100 - ae^{-bt}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

5.1. Considerando  $a = 80$  e  $b = 0,004$ , determine:

5.1.1. A temperatura do objeto no momento em que este foi colocado na panela.

5.1.2. Ao fim de quanto tempo o objeto atingiu a temperatura de  $80^{\circ}C$ . Apresente o valor aproximado às unidades e traduza-o em minutos e segundos.

5.2. Sabendo que 30 segundos depois do objeto ter sido colocado na panela, a sua temperatura é de  $50^{\circ}C$  e que esta aumenta, nesse instante, à razão  $1^{\circ}C/s$ , isto é,  $T'(30) = 1$ , calcule os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$ , arredondando, se necessário, o resultado às centésimas.



A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	Clas. Parcial GII Q6
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	Rubrica de Docente Corretor
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	
	Curso(s) a que se candidata: _____	

6. Dada a função real de variável real definida por:

$$f(x) = \ln\left(\frac{5}{2x+3}\right) - 2x \cdot \cos(3x)$$

mostre que uma **expressão analítica** para a **derivada** desta função pode ser dada por:

$$f'(x) = -\frac{2}{2x+3} - 2 \cdot \cos(3x) + 6x \cdot \sin(3x)$$



A preencher pelo  
candidato

Nome do Candidato: \_\_\_\_\_

Número do Documento de Identificação:

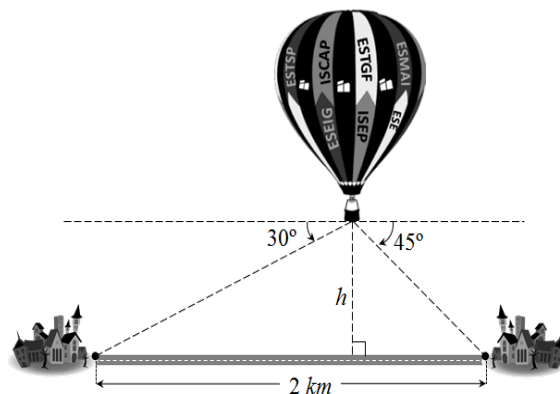
Escola(s) a que se candidata:  ESEIG  ESTGF  ISCAP  ISEP

Curso(s) a que se candidata: \_\_\_\_\_

Clas. Parcial GII Q7

Rubrica de Docente  
Corretor

7. Um balão de ar quente encontra-se diretamente por cima de uma estrada reta que une duas localidades. Segundo as medições realizadas pelo balonista num determinado momento, o ângulo de depressão relativamente à localidade mais próxima é de  $45^\circ$ , enquanto o ângulo de depressão relativamente à localidade mais afastada é de  $30^\circ$ . Considerando os dados apresentados na figura ao lado, esquema que não está representado à escala, determine a altura  $h$  do balão ao solo, nesse momento, apresentando o resultado final em metros, arredondado a uma casa decimal.





A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q8.1	
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	GII Q8.2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	GII Q8.3	
	Curso(s) a que se candidata: _____	Clas. Parcial GII Q8	
		Rubrica de Docente Corretor	

8. Num concurso de salto em altura com *skyrunchers* foram apurados dois atletas para a final. Sabe-se que os seus saltos se iniciaram no mesmo local e no mesmo instante. As alturas de cada um dos saltos são modeladas de acordo com as seguintes funções:

$$h_1(t) = -3t^2 + 6t \quad \text{e} \quad h_2(t) = -2t^2 + 4,8t$$

onde:

- $t$  representa a variável tempo (em segundos)
- $h_1$  representa a altura do salto do concorrente nº1 (em metros)
- $h_2$  representa a altura do salto do concorrente nº2 (em metros)



- 8.1. Diga, justificando, qual dos concorrentes se manteve mais tempo no ar e durante quanto tempo.  
 8.2. Indique, justificando, qual dos concorrentes saltou mais alto e qual foi essa altura.  
 8.3. Determine durante quanto tempo se manteve o concorrente nº1 acima dos 2,97 m.





**COTAÇÕES**

<b>Grupo I</b> .....	<b>84 pontos</b>
Cada resposta certa .....	12 pontos
Cada questão errada, não respondida ou anulada.....	0 pontos
<b>Grupo II</b> .....	<b>116 pontos</b>
1. ....	10 pontos
2. ....	10 pontos
3. ....	14 pontos
4. ....	10 pontos
5. ....	23 pontos
5.1.1 .....	03 pontos
5.1.2 .....	10 pontos
5.2. ....	10 pontos
6. ....	14 pontos
7. ....	15 pontos
8. ....	20 pontos
8.1. ....	05 pontos
8.2. ....	08 pontos
8.3. ....	07 pontos
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## FORMULÁRIO

### Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

### Trigonometria

- $\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$
- $\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$
- $\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$

**Volume do Paralelepípedo**  $V = c \times l \times h$

### Regras de derivação

- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$
- $(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$
- $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

**FIM**