P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________
Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática		

A preencher pelo candidato

Nome do Candidato: ____

____

Documento de Identificação apresentado:

☐ BI ☐ CC ☐ Passaporte ☐ Carta Condução ☐ Título Residência

Número do Documento de Identificação:

☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Escola onde realiza esta prova:

☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP

Escola(s) a que se candidata:

☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP

Número total de folhas entregues pelo Candidato: ________________

Classificação Final (0-200)
Rubrica de Docente (Júri de Prova)
Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância.

Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 7 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 12.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.
Na página 16 é disponibilizado um formulário.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional

Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**Nº Respostas corretas** ____	**Cotação GI**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: ■ Assinalar Resposta Anulada: ◉

1. A soma do menor inteiro com o maior inteiro pertencentes ao conjunto $\left[(-1)^2, \sqrt{16}\right[\cup \{0, 2\pi\}$ é:

☐ 2 ☐ 4

☐ 3 ☐ 5

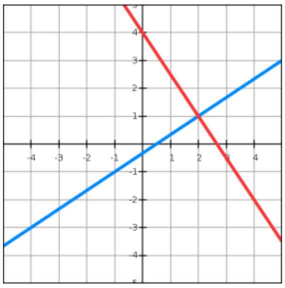
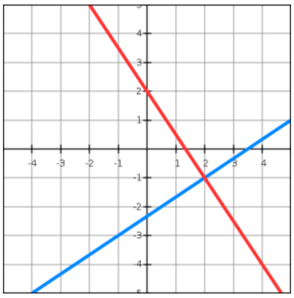
2. O conjunto solução da inequação $x^2 - x + 5 \leq 7$ é:

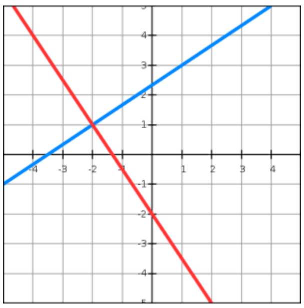
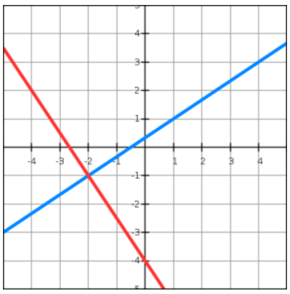
☐ $[-1, 2]$ ☐ $[-2, 1]$

☐ $]-\infty, -1] \cup [2, +\infty[$ ☐ $]-\infty, -2] \cup [1, +\infty[$

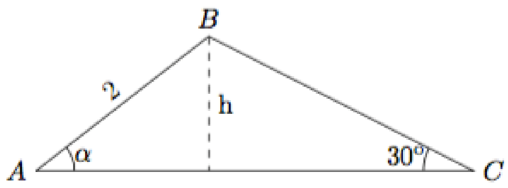
3. Assinale a figura onde está representada a solução gráfica do sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

☐  ☐ 

☐  ☐ 

4. Considere o triângulo representado na figura, em que $\overline{AB} = 2$ e $A\hat{C}B = 30°$. Sendo $\alpha = B\hat{A}C$, qual das expressões representa $\overline{BC}$ em função de α?



- [ ] $4\,\text{sen}(\alpha)$
- [ ] $4\cos(\alpha)$
- [ ] $6\,\text{sen}(\alpha)$
- [ ] $6\cos(\alpha)$

5. Considere a função definida por $g(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & \text{se } x \geq 3 \\ x^2 + 4 & \text{se } x < 3 \end{cases}$

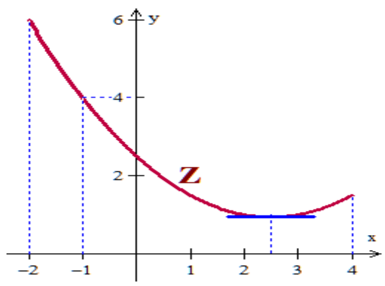
O conjunto dos zeros de g é:

- [ ] $\{4\}$
- [ ] $\{-4, 4\}$
- [ ] $\{-4, -2, 2, 4\}$
- [ ] $\{-2, 2\}$

6. Sendo $f(x) = e^{-x}$ e $g(x) = \dfrac{\ln(x)}{xe^2+1}$, o valor de $(g \circ f)(2)$ é:

- [ ] $\dfrac{-2}{e^{-4}+1}$
- [ ] 1
- [ ] -1
- [ ] $\dfrac{e}{2e^{-2}}$

7. A curva **Z** é o gráfico representativo da função derivada f' de uma função f derivável em$[-2, 4]$. A tangente à curva no ponto de abcissa $\dfrac{5}{2}$ é horizontal. Qual das seguintes afirmações está correta?



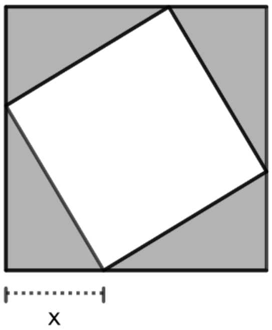
- [ ] f é contínua em$[-2, 4]$.
- [ ] $f(-2) > f(4)$
- [ ] Existe $x \in [2,3]$ para o qual f tem um mínimo.
- [ ] $f(x) > 0, \forall x \in [-2, 4]$

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional

Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q1** **GII Q2.1.** **GII Q2.2.**	**Clas. Parcial Q1+Q2**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO II

1. A figura sombreada consiste de 4 triângulos geometricamente iguais e está delimitada exteriormente por um quadrado cujo lado mede 10 cm. Qual deverá ser a medida x do lado menor de cada triângulo, de modo a que a área sombreada seja um quinto da área do quadrado que delimita a figura? (apresente o resultado com 2 casas decimais).



2. Considere o polinómio $P(x) = x^3 - 3x^2 - ax + 3$.

2.1. Determine a de modo que 1 seja raiz do polinómio.

2.2. Considere $a = 1$ e resolva a inequação $P(x) \leq 0$.

3. Considerando n um número inteiro qualquer e utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências, determine o valor da expressão:

$$\frac{3^3 \times 3^{1-n} + 3^2 \times 3^{3-n} - 3^3 \times 3^{2-n}}{3^2 \times 3^{2-n}} + \frac{(4^2 - (5-3)^2)^2 : (9-7)^2}{2^4 \times 2^{10} : 8^4}$$

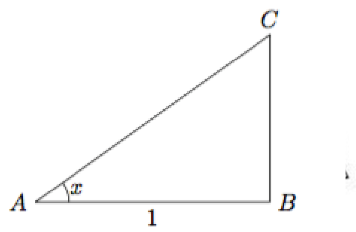
4. Mostre, usando razões e fórmulas trigonométricas, a seguinte igualdade:

$$\frac{1}{1 + \operatorname{sen}(x)} + \frac{1}{1 - \operatorname{sen}(x)} = \frac{2}{\cos^2(x)}$$

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional

Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018			Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q5.1.**	**GII Q5.2**	**Clas. Parcial Q5**	Rubrica do Docente Corretor

5. Considere o triângulo retângulo [ABC] cujos catetos são [AB] e [BC]. Admita que se tem $\overline{AB} = 1$ e que x designa a amplitude do ângulo *BAC*.



5.1. Mostre que a expressão designatória que representa o **perímetro** do triângulo [ABC] em função da amplitude x é dada por:

$$f(x) = \frac{1+\sin(x)+\cos(x)}{\cos(x)}, x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

5.2. Determine o perímetro do triângulo [ABC] quando $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ é tal que $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\frac{3}{5}$.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional __________________

Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q6.1.** **GII Q6.2**	**Clas. Parcial Q6**	Rubrica do Docente Corretor

6. Considere a função definida por $f(x) = \left(\frac{x-1}{2x+1}\right)^2$.

6.1. Determine o domínio de f.

6.2. Determine, se possível, os extremos relativos de f.

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional _______________

Edição: 2018/2019	**Data:** 5 de maio de 2018		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q7.1.** **GII Q7.2.** **GII Q7.3.**	**Clas. Parcial Q7**	Rubrica do Docente Corretor

7. O valor V (em euros) de uma viatura, t anos após a compra, é dado pela função $V(t) = ke^{-\lambda t}$, com k e λ constantes reais.

7.1. Diga o que representa, no contexto do problema, o valor da constante k.

7.2. Sabendo que o preço da viatura, no ato da compra, foi de 21500 € e passado um ano era de 20000 €, determine os valores de k e de λ (valores aproximados às centésimas).

7.3. Determine o valor, aproximado às unidades, da desvalorização desta viatura três anos após a sua aquisição. (Caso não tenha resolvido a alínea anterior, utilize $\lambda = 0,07$)

COTAÇÕES

Grupo I .... **84 pontos**

Cada resposta certa .... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada .... 0 pontos

Grupo II .... **116 pontos**

1. .... 12 pontos

2. .... 23 pontos

2.1. .... 05 pontos

2.2. .... 18 pontos

3. .... 10 pontos

4. .... 10 pontos

5. .... 18 pontos

5.1. .... 10 pontos

5.2. .... 08 pontos

6. .... 26 pontos

6.1. .... 8 pontos

6.2. .... 18 pontos

7. .... 17 pontos

7.1. .... 02 pontos

7.2. .... 10 pontos

7.3. .... 05 pontos

TOTAL 200 pontos

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

- $\text{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$
- $\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u+v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\text{sen}(u))' = u' \cdot \cos(u)$
- $(\cos(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$
- $(\mathrm{e}^u)' = u' \cdot \mathrm{e}^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

Área do Trapézio

$$A = \frac{B+b}{2}.h$$

FIM