P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________

Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019	Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática		

A preencher pelo candidato		Classificação Final
	Nome do Candidato: ____ ____ Documento de Identificação apresentado: ☐BI ☐CC ☐Passaporte ☐Carta Condução ☐Título de Residência Número do Documento de Identificação: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐	(0-200)
	Escola onde realiza esta prova: ☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Escola(s) a que se candidata: ☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP Número total de folhas entregues pelo Candidato: _________	Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância.

Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 7 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 11.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 14 páginas e termina com a palavra FIM.

- Na página 13 é indicada a cotação de cada pergunta.
- Na página 14 é disponibilizado um formulário.

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ______

Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**Nº Respostas corretas** ______	**Cotação GI**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: Assinalar Resposta Anulada:

1. Quantos números inteiros pertencem ao conjunto $[-\pi, 5[\backslash\{-\sqrt{4}, 0\}$?

☐ 4 ☐ 6

☐ 5 ☐ 7

2. Sendo a, b e c três números reais não negativos, então a igualdade verdadeira é:

☐ $\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3} = a + b + c$ ☐ $\sqrt{b + b + b} = 3\sqrt{b}$

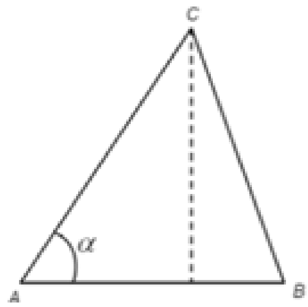
☐ $\sqrt{a^5 \times b^4 \times c^3} = a^2b^2c\sqrt{a \times c}$ ☐ $\sqrt[4]{a^4 + b \times c^2} = a + \sqrt[4]{b \times c^2}$

3. O conjunto $S = \{(-3, -2)\}$ **não** é conjunto solução do sistema:

☐ $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ -2x + 6y = -6 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} -2x + y = 4 \\ x - \frac{1}{2}y = -2 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ y - 2x - 4 = 0 \end{cases}$

4. Considerando, no triângulo $[ABC]$, $\overline{AB} = 5\ cm$, $\overline{AC} = 10\ cm$ e α a amplitude do ângulo BAC, a área do triângulo pode ser dada, em função de α, por:



☐ $A(\alpha) = 25\,\mathrm{sen}(\alpha)$ ☐ $A(\alpha) = 25\cos(\alpha)$

☐ $A(\alpha) = 2{,}5 + 10\,\mathrm{sen}(\alpha)$ ☐ $A(\alpha) = 10\,\mathrm{sen}(\alpha)$

5. Considere a função definida por $f(x) = \begin{cases} x & se\ x < 5 \\ x - 5 & se\ x \geq 5 \end{cases}$

O conjunto dos zeros de f é:

☐ $\{0\}$ ☐ $\{5\}$

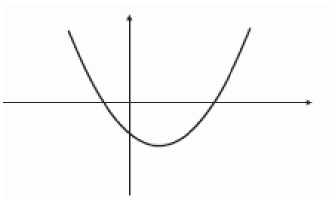
☐ $\{0{,}5\}$ ☐ $\emptyset$

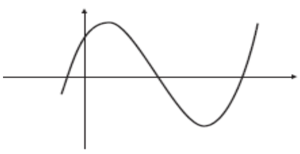
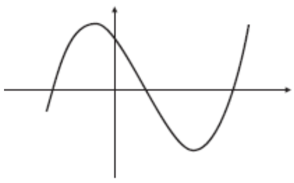
6. Sendo g a função real definida por $g(x) = (x^2 - 7)e^{3-x}$, a expressão analítica da **derivada** da função, g', pode ser dada por:

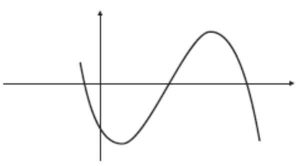
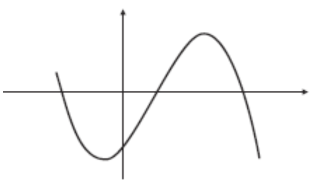
☐ $\mathrm{e}^{3-x}(-x^2 + 2x + 7)$ ☐ $-2x\, e^{3-x}$

☐ $\mathrm{e}^{3-x}(x^2 + 2x - 7)$ ☐ $2x\, e^{3-x}$

7. Na figura ao lado está representada parte do gráfico da **função derivada** da função real g. Qual dos gráficos seguintes pode representar parte do gráfico da função g?



☐  ☐ 

☐  ☐ 

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ____________

Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q1.** **GII Q2.**	**Clas. Parcial Q1+Q2**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO II

1. Numa sala há um candeeiro (C), uma televisão (T) e um aparelho de ar condicionado (A). O consumo do candeeiro é igual a 3/5 do consumo da televisão e o consumo do aparelho de ar condicionado é dez vezes o consumo da televisão. Se o candeeiro, a televisão e o ar condicionado forem ligados simultaneamente, o consumo total de energia elétrica será de 1,16 kWh. Qual é o consumo, em kWh, da televisão?

2. Sejam a e b dois números reais positivos. Utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências, mostre que:

$$\frac{\left(a^{-1}\sqrt{b}\right)^3 \times \left(\sqrt{a^3 b^{-2}}\right)}{\sqrt{b\sqrt[4]{a^{-2}}}} = a^{-\frac{5}{4}}$$

	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ________________

Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q3.1** **GII Q3.2** **GII Q3.3**	**Clas. Parcial Q3**	Rubrica do Docente Corretor

3. Cumprindo-se a tradição, num casamento a noiva atirou o bouquet ao grupo de solteiras presentes. A trajetória do bouquet é descrita pela expressão $h(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + 2$, onde h representa a altura, em metros, a que o bouquet está do chão e x a distância na horizontal, em metros, até à noiva.

3.1 Determine de que altura foi lançado o bouquet.

3.2 Determine a que distância da noiva o bouquet caiu, supondo que ninguém o apanhou. (Apresente o resultado arredondado às centésimas)

3.3 Quanto terá de medir a altura da sala onde o bouquet é lançado para que este não bata no teto?

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ________________

Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q4** **GII Q5.1** **GII Q5.2**	**Clas. Parcial Q4+Q5**	Rubrica do Docente Corretor

4. Determine o maior número inteiro que verifica simultaneamente as condições:

$$7-\frac{3x-5}{2}>5 \quad \wedge \quad (x-1)^2 \geq x(x-3)$$

5. Considere a função definida por

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}.$$

5.1. Determine o domínio de f.

5.2. Determine, se existirem, os extremos relativos de f.

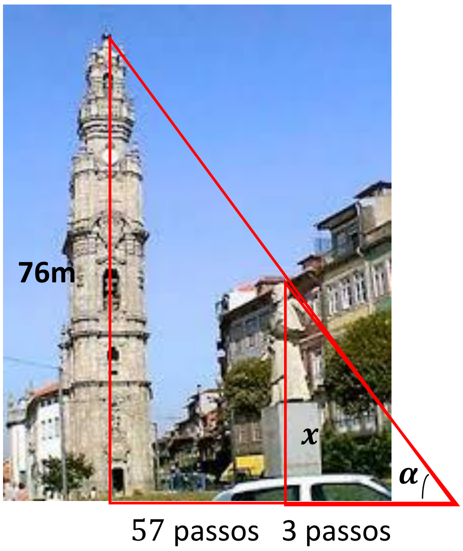
Edição: 2019/2020	**Data:** 4 de maio de 2019		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q6.**	**Clas. Parcial Q6+Q7**	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q7.1.		
	GII Q7.2.		

6. Determine o valor de k para o qual a função

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{e^{2x}} & \Leftarrow x < 0 \\ ln(e+x) + k & \Leftarrow x \geq 0 \end{cases}$$

é contínua em $x = 0$.

7. Um turista em visita à cidade do Porto apercebeu-se que via o cimo de uma estátua na mesma linha que o topo da torre dos clérigos e que os seus olhos estavam à mesma altura da base de ambos. Como tinha um guia que dizia que a altura da torre é 76 m, decidiu estimar a altura da estátua. Contou então os passos do sítio onde estava até à estátua (3 passos) e depois da estátua até à torre (57 passos).



7.1. Determine a altura da estátua.

7.2. Estime a amplitude do ângulo de visão do turista, α, supondo a medida do passo de acordo com o atual Sistema Internacional de Unidades: 1 passo = 0,82 m.

COTAÇÕES

Grupo I .... **84 pontos**

Cada resposta certa .... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada .... 0 pontos

Grupo II .... **116 pontos**

1. .... 10 pontos

2. .... 10 pontos

3. .... 25 pontos

3.1. .... 05 pontos

3.2. .... 10 pontos

3.3. .... 10 pontos

4. .... 12 pontos

5. .... 20 pontos

5.1. .... 05 pontos

5.2. .... 15 pontos

6. .... 15 pontos

7. .... 24 pontos

7.1. .... 12 pontos

7.2. .... 12 pontos

TOTAL .... **200 pontos**

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

- $\operatorname{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen}(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \operatorname{sen}(\beta) \cdot \cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \operatorname{sen}(\alpha) \cdot \operatorname{sen}(\beta)$
- $\operatorname{tg}(\alpha) = \dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u+v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\operatorname{sen}(u))' = u' \cdot \cos(u)$
- $(\cos(u))' = -u' \cdot \operatorname{sen}(u)$
- $(\mathrm{e}^u)' = u' \cdot \mathrm{e}^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \dfrac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

Área do Trapézio

$$A = \frac{B+b}{2} . h$$

FIM