





<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
----------------	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min	
<b>Prova:</b> Matemática	<b>Nº Respostas corretas</b> _____	<b>Cotação GI</b>	<b>Rubrica do Docente</b> Corretor

## GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta:

Anular Resposta:

Assinalar Resposta Anulada:

1. Qual das opções é a solução da equação  $64^{-x} = \frac{1}{2}$  ?

$\frac{1}{6}$

32

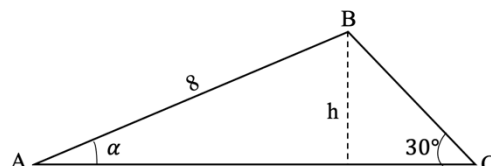
-6

$\frac{1}{75}$

2. Considere o triângulo representado na figura.

Sabe-se que  $\overline{AB} = 8$  cm e  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ .

Seja  $\alpha = \widehat{BAC}$ . A expressão que representa  $\overline{BC}$  em função de  $\alpha$  é:



$4 \times \cos \alpha$

$8 \times \sin \alpha$

$8 \times \cos \alpha$

$16 \times \sin \alpha$

3. Na tabela está registado o número de filhos de cada casal de uma dada povoação. A coluna da esquerda apresenta o número de filhos de cada casal e a coluna da direita a quantidade de famílias com esse número de filhos.

Nº Filhos	Nº Famílias
0	15
1	46
2	25
3	10
4	4

Sendo  $\bar{x}$ ,  $M_e$  e  $M_o$ , respetivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:

$M_e = \bar{x} < M_o$

$M_e = M_o < \bar{x}$

$M_o < M_e = \bar{x}$

$\bar{x} < M_e = M_o$

4. Sendo  $g$  a função real definida por  $g(x) = \sqrt{4x - x^2} + \frac{2}{x}$ , a expressão analítica da **primeira derivada** da função,  $g'$ , pode ser dada por:

$\frac{1}{2\sqrt{4x - x^2}} - \frac{2}{x^2}$

$\frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} - \frac{2}{x^2}$

$\frac{1}{2\sqrt{4x - x^2}} + \frac{2}{x^2}$

$\frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} + \frac{2}{x^2}$

5. Os zeros da função  $f$  definida por  $f(x) = -8 + |-2x + 4|$  são:

$\{-2, 6\}$

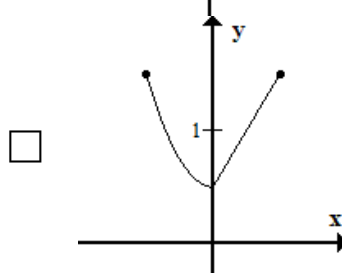
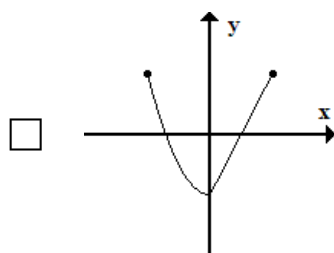
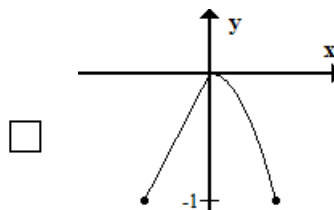
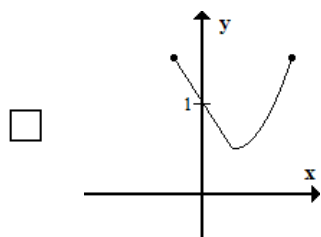
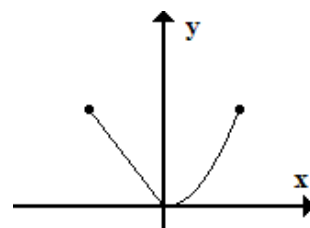
$\{-2\}$

$\{-6, 2\}$

Não tem zeros

6. Na figura ao lado está representado o gráfico de uma função  $f$ , real de variável real, e de domínio  $[-1, 1]$ .

Em qual das imagens pode estar representado o gráfico da função  $g(x) = f(-x) + a$ , com  $a \in \mathbb{R}_0^-$ ?



7. O valor de  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$  é:

1

$e$

$\sqrt{e}$

$e^2$

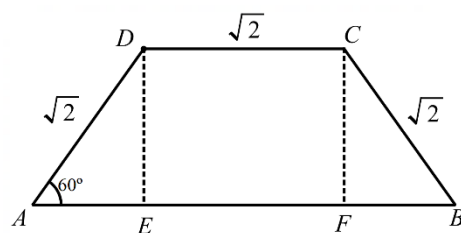
<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2021/2022	Data: 8 de maio de 2021	Duração da Prova: <b>2h</b> Tolerância: <b>15 min</b>
Prova: Matemática	GII Q1.	Clas. Parcial Q1+Q2
	GII Q2.	Rubrica do Docente Corretor

## GRUPO II

1. Num trapézio isósceles  $[ABCD]$ , a base menor é igual aos lados não paralelos e mede  $\sqrt{2}$  cm. Um dos lados não paralelos forma com a base maior um ângulo de  $60^\circ$  de amplitude.

Mostre que o perímetro do trapézio é igual a  $5\sqrt{2}$  cm e a área igual a  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  cm<sup>2</sup>.



2. Utilizando, sempre que possível, as regras das operações com potências, simplifique a expressão:

$$\frac{\left(-1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-19}}{\left(\frac{5}{6}\right)^{-18}}$$



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q3.1.</b> <b>GII Q3.2.</b> <b>GII Q4.</b>	<b>Clas. Parcial Q3+Q4</b>  Rubrica do Docente Corretor

3. Considere os polinómios  $A(x) = 6x^3 - 2x^2 - 9x + 3$  e  $B(x) = 3x - 1$ .

3.1 Determine o polinómio quociente da divisão  $\frac{A(x)}{B(x)}$ .

3.2 Determine os zeros de  $A(x) \times B(x)$ .

4. Para baixar a temperatura corporal de um doente foi-lhe receitado um medicamento. A temperatura do doente, em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $t$  horas após a medicação, é dada por:

$$T(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t + 39$$

Calcule  $T(0)$  e os valores de  $t$  para os quais  $T(t) < 37$  e interprete as soluções obtidas no contexto do problema.





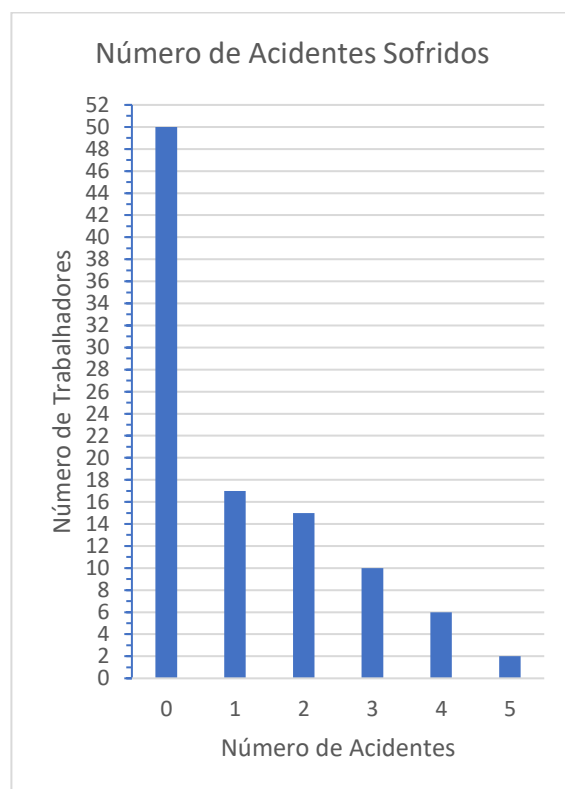
<b>P. PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional
-----------------	---	------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q5.1</b>	<b>Clas. Parcial Q5+Q6</b>
	<b>GII Q5.2</b>	
	<b>GII Q6</b>	
		<b>Rubrica do Docente</b> Corretor

5. O gabinete da Gestão da Qualidade de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos fez, a pedido do diretor da empresa, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários nos últimos 3 anos. Os resultados dessa pesquisa, realizada a 100 funcionários (do total de 500 funcionários daquela empresa), estão no gráfico de barras ao lado.

**5.1** Construa a tabela de frequências absolutas e relativas acumuladas.

**5.2** A empresa implementará diferentes ações de melhoria na política de segurança no trabalho caso a média ou o desvio-padrão do número de acidentes seja superior a 2 acidentes. À luz dos dados obtidos, será necessário implementar as referidas ações de melhoria?



6. Considere a função  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x - 1}, & x \leq 0 \\ \frac{kx - \text{sen}(2x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

Determine  $k$  de modo que a função  $f$  seja contínua em  $x = 0$ .



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova: 2h</b> <b>Tolerância: 15 min</b>			
<b>Prova:</b> Matemática	<table border="1"> <tr><td><b>GII Q7.1</b></td></tr> <tr><td><b>GII Q7.2</b></td></tr> <tr><td><b>GII Q7.3</b></td></tr> </table>	<b>GII Q7.1</b>	<b>GII Q7.2</b>	<b>GII Q7.3</b>	<b>Clas. Parcial Q7</b>
<b>GII Q7.1</b>					
<b>GII Q7.2</b>					
<b>GII Q7.3</b>					
		Rubrica do Docente Corretor			

7. Considere a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = 2x^2 + x + 3 \ln(x)$ .

7.1 Mostre que  $f'(x) = \frac{4x^2 + x + 3}{x}$ .

7.2 Estude a função  $f$  quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos da função.

7.3 Estude a função  $f$  quanto ao sentido da concavidade do seu gráfico e determine, caso existam, os pontos de inflexão da função.

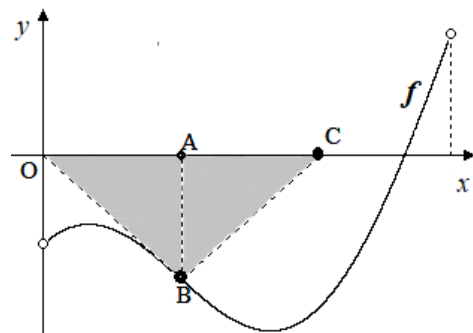


<b>P. PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional
-----------------	---	------------------

Edição: 2021/2022	Data: 8 de maio de 2021	Duração da Prova: <b>2h</b> Tolerância: <b>15 min</b>
Prova: Matemática	GII Q8.	Clas. Parcial Q8+Q9
	GII Q9.	

8. Na figura está representado o gráfico de uma função  $f$  definida por  $f(x) = x + 2 \cos(x) - \pi$  de domínio  $]0, \frac{3\pi}{2}[$ .

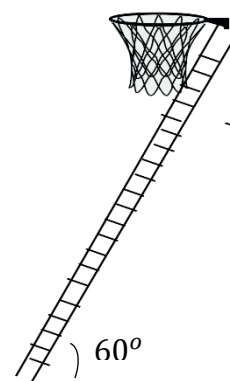
Considere que um ponto  $B$ , de abcissa entre  $\frac{\pi}{6}$  e  $\frac{5\pi}{6}$ , se desloca ao longo do gráfico de  $f$ .



Para cada posição do ponto  $B$ , considere um ponto  $A$  e um ponto  $C$ , que se deslocam ao longo do eixo  $Ox$ , de forma que  $[AB]$  seja paralelo ao eixo  $Oy$  e  $\overline{OA} = \overline{AC}$ . Mostre que a área do triângulo  $[OBC]$ , em função da abcissa  $x$  do ponto  $B$ , pode ser dada por:

$$A(x) = \pi x - x^2 - 2x \cos(x)$$

9. O Martim pretende fixar um cesto de basquetebol na parede, a 3,05 metros do solo. Pretende colocar uma escada que encoste o seu topo na parede precisamente à altura a que pretende fixar o cesto e que faça um ângulo de  $60^\circ$  com o solo, para que tenha estabilidade. Qual o comprimento que a escada deve ter? Apresente o resultado em metros, arredondado a uma casa decimal.





**COTAÇÕES**

**Grupo I..... 84 pontos**

Cada resposta certa ..... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Grupo II..... 116 pontos**

1. .... 10 pontos

2. .... 7 pontos

3. .... 14 pontos

    3.1. .... 7 pontos

    3.2. .... 7 pontos

4. .... 15 pontos

5. .... 18 pontos

    5.1. .... 10 pontos

    5.2. .... 8 pontos

6. .... 13 pontos

7. .... 21 pontos

    7.1. .... 5 pontos

    7.2. .... 7 pontos

    7.3. .... 9 pontos

8. .... 10 pontos

9. .... 8 pontos

\_\_\_\_\_

**TOTAL..... 200 pontos**

# FORMULÁRIO

## Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

## Trigonometria

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

## Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

## Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$$

$$(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

## Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

FIM