

P. PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
-----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática		

<i>A preencher pelo candidato</i>	Nome do Candidato: _____ _____	Classificação Final (0-200)
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> CC <input type="checkbox"/> Passaporte <input type="checkbox"/> Carta Condução <input type="checkbox"/> Título de Residência Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP Número de folhas extra entregues pelo Candidato: _____	Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância. Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutra local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.
Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
 - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 15.
 - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
 - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
 - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
 - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.
Na página 16 é disponibilizado um formulário.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	Nº Respostas corretas _____	Cotação GI _____
		Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta:

Anular Resposta:

Assinalar Resposta Anulada:

1. Considere os intervalos $A =]-\sqrt{2}, 4]$ e $B =]-\infty, 2[\cup \{4\}$. Qual dos seguintes conjuntos pode representar $A \cap B$?

$]-\sqrt{2}, 2[$

$]-2, 4]$

$]-\sqrt{2}, 2[\cup \{4\}$

A

2. Qual dos seguintes polinómios é equivalente à expressão $2(x - 1)(x + 1) - (x - 3)^2$?

$x^2 - 6x - 11$

$x^2 + 6x - 11$

$2x^2 + 6x - 11$

$x^2 + 6x + 11$

3. Um número inteiro r , com $1 \leq r \leq 50$, é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade desse número ser divisível por 3 e por 4?

$\frac{2}{25}$

$\frac{4}{25}$

$\frac{6}{25}$

$\frac{28}{25}$

4. Seja α um ângulo agudo tal que $\operatorname{tg}^2(\alpha) = \frac{16}{9}$. O valor de $\operatorname{sen}(\alpha)$ é:

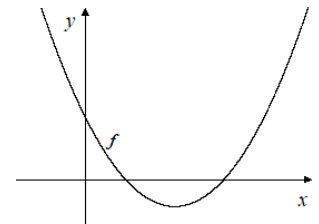
$\frac{4}{5}$

$\frac{3}{5}$

$-\frac{4}{5}$

$-\frac{3}{5}$

5. Na figura está representada parte de uma parábola cujo vértice pertence ao 4º quadrante. Esta parábola é o gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} . De acordo com os dados do gráfico, das seguintes expressões, a que designa um número positivo é:



$f(0) - f'(0) \times f''(0)$

$f'(0) - f(0) \times f''(0)$

$[f''(0) + f(0)] \times f'(0)$

$[f'(0) - f(0)] \times f''(0)$

6. Seja f a função definida por $f(x) = (x + k)^3$, $k \in \mathbb{R}_0^-$. Determine o valor de k sabendo que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 3$$

$k = 0$

$k = -\sqrt{3}$

$k = -1$

$k = -3$

7. Sejam a e b números reais positivos superiores a 1 tais que $\log_a b = 3$. O valor de $\log_a b^2 - \log_b b - 2 \log_b 1$ é:

4

5

6

10

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min			
Prova: Matemática	<table border="1"> <tr><td>GII Q1.1</td></tr> <tr><td>GII Q1.2</td></tr> <tr><td>GII Q2.</td></tr> </table>	GII Q1.1	GII Q1.2	GII Q2.	Clas. Parcial Q1+Q2 Rubrica do Docente Corretor
GII Q1.1					
GII Q1.2					
GII Q2.					

GRUPO II

1. Num pomar em que já existiam 20 laranjeiras produzindo, cada uma, 400 laranjas por ano, foram plantadas mais n novas laranjeiras. Depois de um certo tempo constatou-se que, devido à competição por nutrientes do solo, cada laranjeira (quer nova quer velha) estava a produzir 10 laranjas a menos, por ano, por cada nova laranjeira plantada no pomar.

Seja $p(n) = -10n^2 + 200n + 8000$ a função de produção anual de laranjas do pomar.

1.1 Determine $p(0)$ e interprete o resultado no contexto do problema.

1.2 Sabe-se que num determinado ano, após a plantação das n laranjeiras, a produção foi de 8960 laranjas. Determine o número n de laranjeiras que foram plantadas, sabendo que n é o menor valor para o qual a produção anual é de 8960 laranjas.

2. Utilizando, sempre que possível, as regras das operações com potências, simplifique a expressão:

$$\frac{(-2)^6}{10^4 \times \left(-\frac{1}{5}\right)^4} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional <hr/>
---	---	---------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	GII Q3.	Clas. Parcial Q3+Q4	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q4.		

3. Um museu vende apenas dois tipos de bilhetes: para adultos e para crianças.

Sabe-se que:

- o custo do bilhete de criança é 1 euro
- o custo do bilhete de adulto é 3 euros

No passado sábado, o número de bilhetes vendidos para crianças foi o triplo do número de bilhetes vendidos para adultos e a receita foi de 252 euros.

Determine o número de adultos e de crianças que visitaram o museu no passado sábado.

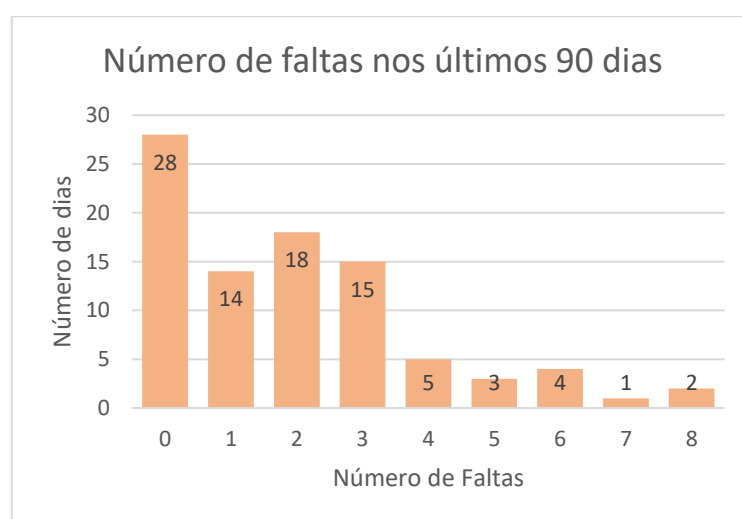
4. Mostre que, para todo o ângulo agudo x , se tem

$$\frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^2 x}{\cos^4 x + \cos^2 x \operatorname{sen}^2 x} = \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x}$$

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	GII Q5.1	Clas. Parcial Q5
	GII Q5.2	
	GII Q5.3	
	GII Q5.4	
		Rubrica do Docente Corretor

5. O departamento de Recursos Humanos de uma empresa apresentou o seguinte gráfico relativo ao absentismo dos seus colaboradores:



- 5.1 Indique a variável em estudo e classifique-a.
- 5.2 Construa a tabela de frequências.
- 5.3 Determine o número médio de faltas.
- 5.4 A empresa considera que existe um elevado grau de absentismo se a percentagem de dias em que há 5 ou mais faltas for superior a 10%. Com base nos dados recolhidos verifique se existe um elevado grau de absentismo na empresa.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	GII Q6.1	Clas. Parcial Q6+ Q7
	GII Q6.2	
	GII Q7.	
		Rubrica do Docente Corretor

6. Considere a função real de variável real definida pela expressão:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-7}$$

6.1 Determine o domínio de f .

6.2 Calcule os zeros de f .

7. Considere a função f de domínio $]-\pi, \pi[$ definida por $f(x) = \frac{\cos x}{1+\cos x}$.

Estude a função quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	GII Q8. GII Q9.1 GII Q9.2	Clas. Parcial Q8+Q9 Rubrica do Docente Corretor

8. Considere a função real de variável real, f , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1} & \text{se } x < 1 \\ \frac{ke^{x-1} - k^2 \ln(x)}{x + 1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Determine o valor de k para que a função seja contínua em $x = 1$.

9. O responsável pelo Departamento Comercial de uma empresa publicou numa rede social, às nove horas de um certo dia, uma campanha promocional que estará em vigor durante os próximos dias. A partir desse momento foram feitas partilhas dessa publicação. O número de partilhas, ao fim de t horas após o instante em que foi feita a publicação, é bem aproximado, com arredondamento às unidades, pelo modelo seguinte:

$$P(t) = 7 \times 2^{0,6t} - 3, \text{ com } t \in]0,24]$$

9.1 Determine o número total de partilhas realizadas nas primeiras oito horas após a publicação.

9.2 Determine, utilizando processos analíticos, passadas quantas horas da publicação foram atingidas as 3581 partilhas.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _____
----------------	---	-------------------------------

COTAÇÕES

Grupo I.....	84 pontos
Cada resposta certa	12 pontos
Cada questão errada, não respondida ou anulada	0 pontos
Grupo II.....	116 pontos
1.	15 pontos
1.1.	6 pontos
1.2.	9 pontos
2.	7 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	24 pontos
5.1.	4 pontos
5.2.	10 pontos
5.3.	5 pontos
5.4.	5 pontos
6.	14 pontos
6.1.	7 pontos
6.2.	7 pontos
7.	12 pontos
8.	12 pontos
9.	12 pontos
9.1.	5 pontos
9.2.	7 pontos
TOTAL.....	200 pontos

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$$

$$(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

FIM