

**PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E  
COMPETÊNCIAS PARA ADMISSÃO AO ENSINO SUPERIOR**  
**MATEMÁTICA 22/06/2009**

**Atenção:** | *Não é permitido o uso de calculadora nem de telemóvel.*

**Duração:** 120m

**Nome:** \_\_\_\_\_

**B.I.** \_\_\_\_\_

**GRUPO I (10 valores)**

*As questões (grupo I) são de escolha múltipla. Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais **só uma** está correcta. Assinale, no enunciado, a resposta escolhida com um **X**.*

**Resposta correcta:** 1,0 valor

**Resposta não assinalada ou incorrecta:** 0 valores

1. Considere a sucessão de termo geral  $a_n = \frac{n}{n+1} - \frac{n+1}{n}$  com  $n \geq 1$ .  
Quanto à monotonia,  $a_n$  é:

- (A) monótona decrescente \_\_\_\_\_  
(B) monótona crescente \_\_\_\_\_  
(C) monótona crescente se  $n > 2$  \_\_\_\_\_  
(D) não é monótona \_\_\_\_\_

2. Seja a sucessão de termo geral  $b_n = \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{-2n}$ . O  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$  é:

- (A)  $\frac{1}{2}$  ----- (C)  $+\infty$  -----  
 (B) 0 ----- (D) 1 -----

3. A sequência  $\{3, 6, 12, 32, 130, \dots\}$  representa os primeiros termos de uma sucessão. O termo geral desta sucessão pode ser dado por:

- (A)  $c_n = \begin{cases} 3 & n = 1 \\ 2c_{n-1} & n \geq 2 \end{cases}$  -----  
 (B)  $c_n = 2^{n-1}3, n \geq 1$  -----  
 (C)  $c_n = 2n + n!, n \geq 1$  -----  
 (D)  $c_n = n^2 + (n+1)!, n \geq 1$  -----

4. A sucessão de termo geral  $U_n = \left((-1)^{n+2} - \frac{3}{n+2}\right)^3$  é:

- (A) limitada e convergente -----  
 (B) limitada mas não convergente -----  
 (C) não limitada e convergente -----  
 (D) não limitada e divergente -----

5. O conjunto dos sublimites da sucessão  $y_n = \begin{cases} (-1)^{n+1} + \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n, & n \text{ par} \\ \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n}{2}\pi\right), & n \text{ ímpar} \end{cases}$  é dado por:

- (A)  $\{0, +\infty\}$  ----- (C)  $\{-1, 1\}$  -----  
 (B)  $\{-1, 0, 1\}$  ----- (D)  $\{-1, 0\}$  -----

6. Considere a função  $g(x) = \begin{cases} e^{-x^2} - 1 & x > 1 \\ e^{-x^2} + 1 & x \leq 1 \end{cases}$ . Indique a afirmação correcta.

- (A)  $g$  é contínua e diferenciável em  $x = 1$  \_\_\_\_\_  
 (B)  $g$  é diferenciável mas não é contínua em  $x = 1$  \_\_\_\_\_  
 (C)  $g$  não é diferenciável mas é contínua em  $x = 1$  \_\_\_\_\_  
 (D)  $g$  não é diferenciável nem contínua em  $x = 1$  \_\_\_\_\_

7. Considere a função  $h(x) = \ln(1 - x^2)$ . Podemos afirmar que:

- (A)  $h$  não tem zeros \_\_\_\_\_  
 (B) Os zeros de  $h$  são  $\{-1, 1\}$  \_\_\_\_\_  
 (C) O gráfico de  $h$  intercepta o eixo das abcissas em  $x = 0$  \_\_\_\_\_  
 (D) O gráfico de  $h$  intercepta o eixo das abcissas em  $x = 1$  \_\_\_\_\_

8. A derivada da função  $f(x) = \cos(x^3)$  é dada pela expressão:

- (A)  $f'(x) = -\sin(x^3)$  \_\_\_\_\_ (C)  $f'(x) = 3x^2 \sin(x^3)$  \_\_\_\_\_  
 (B)  $f'(x) = \sin(x^3)$  \_\_\_\_\_ (D)  $f'(x) = -3x^2 \sin(x^3)$  \_\_\_\_\_

9. Qual é a probabilidade de sair uma carta de ouros de um baralho com 52 cartas?

- (A)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_ (C)  $\frac{1}{4}$  \_\_\_\_\_  
 (B)  $\frac{1}{52}$  \_\_\_\_\_ (D)  $\frac{1}{13}$  \_\_\_\_\_

10. Considere uma família composta por 5 crianças e 10 adultos. A percentagem de crianças nesta família é:

- (A) 50,2% \_\_\_\_\_ (C) 25,5% \_\_\_\_\_  
 (B) 33,3% \_\_\_\_\_ (D) 20,3% \_\_\_\_\_

## GRUPO II (10 valores)

*Justifique os raciocínios utilizados na resolução das questões.*

1. Considere a seguinte função real de variável real:

$$f(x) = \frac{x}{1-x}$$

- [1, 0 val.] 1.1. Determine o domínio da função  $f$ .
- [1, 0 val.] 1.2. Calcule, caso existam, os zeros de  $f$  e os pontos de intersecção com o eixo dos YY.
- [1, 0 val.] 1.3. Calcule, caso existam, as assíptotas de  $f$ .
- [1, 0 val.] 1.4. Estude a continuidade de  $f$ .
- [1, 5 val.] 1.5. Faça o esboço gráfico de  $f$ .

- [1, 5 val.] 2. Considere  $\beta \in \left] \frac{3}{2}\pi, 2\pi \right[$  tal que  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ . Calcule
- $$\frac{\cos^2 \beta + 2 \sin \beta}{3 \operatorname{tg} \beta}$$

- [1, 5 val.] 3. Resolva, em  $\mathbb{N}$ , a equação

$$A_3^x - 12C_2^x = A_2^x$$

- [1, 5 val.] 4. No lançamento de dois dados, qual é a probabilidade da soma ser 5? E da soma ser maior que 5?



**PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E  
COMPETÊNCIAS PARA ADMISSÃO AO ENSINO SUPERIOR  
MATEMÁTICA 22/06/2009**

Nome: \_\_\_\_\_

B.I. \_\_\_\_\_

**GRUPO II - Resolução**