

**Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais
Cod. 835 – 1ª Fase 2008**

1.
1.1.

	Herdeiros		
	Pedro	Rita	Sofia
Valor da herança	€ 300 000	€ 300 000	€ 270 000
Valor que cada um considera justo receber	€ 100 000	€ 100 000	€ 90 000

- 1.2. O apartamento é atribuído à Rita e o terreno ao Pedro uma vez que são os herdeiros que mais valorizam cada um dos bens referidos. Após esta distribuição, considera-se que cada herdeiro recebe o valor que atribui ao bem com que ficou, não esquecendo que a Sofia nada recebeu.

Atribuídos os bens, tem-se de analisar quais os herdeiros que têm de disponibilizar dinheiro e quais têm de receber dinheiro, pelo facto do valor recebido pelo herdeiro poder não igualar a parte que este considerava justa.

Resumindo a informação numa tabela:

	Herdeiros		
	Pedro	Rita	Sofia
Bem atribuído	Terreno	Apartamento	
Dinheiro a disponibilizar ou a receber	0 (100 000 – 100 000)	a disponibilizar € 110 000 (210 000 – 100 000)	a receber € 90 000 (0 – 90 000)

Dos € 110 000 disponibilizados pela Rita, € 90 000 são para a Sofia, sobrando € 20 000 que irão ser distribuídos equitativamente pelos três herdeiros, ou seja, cada um irá receber € 6 666,67 $\left(6\,666,67 = \frac{20\,000}{3}\right)$.

Desta forma, no final desta distribuição, sintetize-se o que cada herdeiro recebeu:

Pedro: o terreno e recebeu € 6 666,67 em dinheiro;

Rita: o apartamento e teve de dar € 103 333,33 em dinheiro;

Sofia: recebe € 96 666,67 em dinheiro.

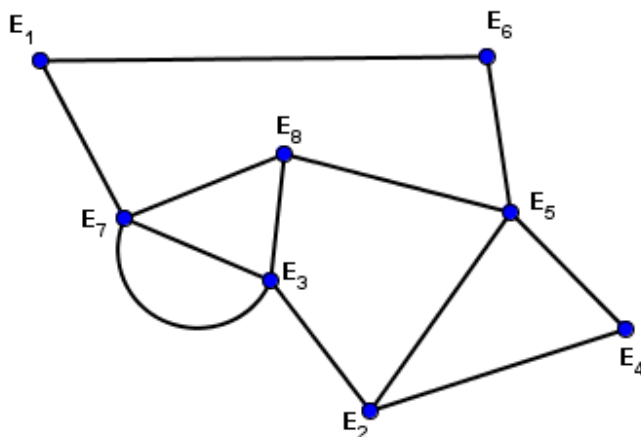
Nenhum dos herdeiros pode reclamar porque todos receberam mais do que a parte que consideravam justa, vejamos:

	Herdeiros		
	Pedro	Rita	Sofia
Valor que cada um considera justo receber	€ 100 000	€ 100 000	€ 90 000
Valor dos bens recebidos	€ 106 666,67 (terreno + € 6 666,67)	€ 106 666,67 (apartamento € 110 000 + € 6 666,67)	€ 96 666,67 (€ 90 000 + € 6 666,67)

2.

2.1. Um percurso possível será : $E_4 E_5 E_6 E_1 E_7 E_8 E_3 E_2$

2.2.



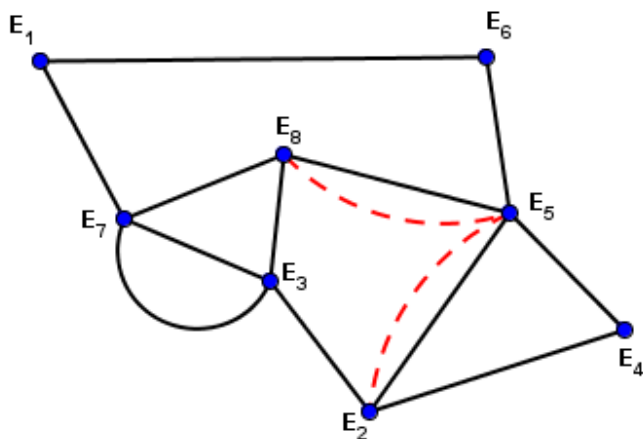
Legenda:

Vértices – Ecopontos;

Arestas – Troços de rua.

O funcionário concluiu a impossibilidade de inspeccionar todos os troços de rua, passando apenas uma vez por cada um deles, começando e terminando no mesmo ecoponto, porque isso corresponderia a percorrer todas as arestas do grafo que modela a situação, uma única vez, começando e terminando no mesmo vértice. Isso significaria que se teria que encontrar no grafo um circuito de Euler. Para tal seria necessário que todos os vértices tivessem grau par, o que não acontece (os vértices E_2 e E_8 têm grau 3).

Para que o funcionário rendibilize o tempo de inspeção terá então que repetir alguns troços de rua (arestas do grafo). A melhor forma de o fazer é repetir dois troços, por exemplo, o troço E_5E_8 e o E_2E_5 , como indicado, a tracejado, na figura seguinte.



Um percurso que inicia e termina no ecoponto E_2 , percorrendo todos os troços de rua e repetindo o mínimo possível, é: $E_2 E_5 E_4 E_2 E_3 E_7 E_1 E_6 E_5 E_8 E_7 E_3 E_8 E_5 E_2$

3.

3.1.

Tempo (minutos) para a recolha selectiva dos resíduos	Frequência Absoluta
86	2
87	3
89	2
90	2
94	2
95	4
103	2
106	2
108	1
111	1
116	1

$$\bar{x} = 96$$

$$s \approx 8,98$$

3.2.

$$\bar{x} - s \approx 96 - 8,98 = 87,02$$

$$\bar{x} + s \approx 96 + 8,98 = 104,98$$

O intervalo dos tempos pedido será: $] 87,02 ; 104,98 [$

Para determinar a percentagem dos tempos que se encontram neste intervalo, é necessário proceder à contagem de tempos superiores a 87,02 minutos mas inferiores a 104,98 minutos. Observando a tabela construída na pergunta 3.1. podemos contar 2 tempos de 89 minutos, 2 de 90 minutos, 2 de 94 minutos, 4 de 95 minutos e 2 de 103 minutos. Como:

$$2 + 2 + 2 + 4 + 2 = 12$$

foram registados 12 tempos compreendidos no intervalo pedido, num total de 22 tempos registados, o que corresponde em percentagem a:

$$\frac{12}{22} \times 100 \approx 55$$

55% dos tempos necessários à recolha selectiva dos resíduos pertencem ao intervalo] 87,02 ; 104,98 [.

4.

4.1.

A percentagem de alunos que se auto avaliaram com “Muito Bom” é 20% por ser o dobro da percentagem de alunos que responderam “Insuficiente”.

Para conhecer a percentagem dos alunos inquiridos que não responderam à questão relativa à auto avaliação do desempenho escolar faz se:

$$100 - (20 + 35 + 10 + 25) = 10$$

Ou seja, 10% dos jovens não responderam.

4.2.

A afirmação tanto pode ser verdadeira como falsa.

Um exemplo de uma distribuição para a qual a afirmação é verdadeira

Ordem do valor	1º	...	75º	76º	...	150º	151º	...	225º	226º	...	300º
Valor	14	...	16	16	...	16	18	...	18	18	...	22

Um exemplo de uma distribuição para a qual a afirmação é falsa

Ordem do valor	1º	...	75º	76º	...	150º	151º	...	225º	226º	...	300º
Valor	14	...	16	16	...	17	17	...	18	18	...	22

4.3

O número de raparigas que desejam prosseguir estudos é 130. O número total de inquiridos é 300.

A probabilidade de, escolhido um jovem ao acaso de entre os inquiridos, este ser uma rapariga e desejar prosseguir estudos é:

$$P = \frac{130}{300} = \frac{13}{30}$$

4.4.

O intervalo pedido é dado pela expressão $\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

Como o nível de confiança pedido é 99%, z tomará o valor de 2,576.

O valor de \hat{p} , proporção amostral de jovens que, estando a frequentar o ensino secundário numa escola da região, desejam prosseguir estudos após terminarem este nível de ensino é:

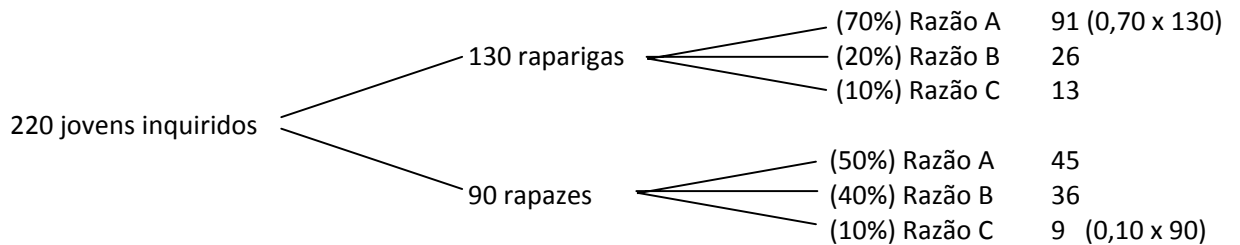
$$\hat{p} = \frac{220}{300} \approx 0,7333$$

donde

$$\left[0,7333 - 2,576 \sqrt{\frac{0,7333(1 - 0,7333)}{300}}, 0,7333 + 2,576 \sqrt{\frac{0,7333(1 - 0,7333)}{300}} \right]$$

Ou seja,] 0,668 ; 0,799 [

4.5.



Dos 220 jovens que mostraram desejo de prosseguir estudos , 91 + 45 escolheram a Razão A. Desses, 45 eram rapazes

$$P(\text{ser rapaz} | \text{razão A}) = \frac{45}{136} \approx 0,33$$