

## Prova Escrita de Matemática B

10.º/11.º anos ou 11.º/12.º anos de Escolaridade

**Prova 735/2.ª Fase**

9 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos

**2008**

### COTAÇÕES

1. ....	<b>30 pontos</b>
1.1. ....	12 pontos
1.2. ....	18 pontos
2. ....	<b>40 pontos</b>
2.1. ....	20 pontos
2.2. ....	20 pontos
3. ....	<b>40 pontos</b>
3.1. ....	20 pontos
3.2. ....	20 pontos
4. ....	<b>40 pontos</b>
4.1. ....	20 pontos
4.2. ....	20 pontos
5. ....	<b>30 pontos</b>
5.1. ....	10 pontos
5.2. ....	20 pontos
6. ....	<b>20 pontos</b>
<hr/>	
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DA PROVA

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros não negativos.

Os critérios de classificação dos itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Os critérios de classificação dos itens de resposta aberta extensa orientada apresentam-se organizados por níveis de desempenho. Nestes itens, desde que tenham cotação igual ou superior a quinze pontos e impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa pode contribuir para valorizar a classificação atribuída ao desempenho ao nível das competências específicas da disciplina. Esta valorização pode atingir cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos:

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de rigor de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique a perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte, apresentam-se critérios de classificação a aplicar às respostas aos itens em situações não consideradas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Engano na identificação do item a que o aluno está a responder. 2. Omissão da identificação do item a que o aluno está a responder.	Deve ser vista e classificada a resposta se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item.
3. É apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item e o aluno não indica, de forma inequívoca, aquela que pretende que seja classificada.	Deve ser vista e classificada apenas a resposta que surge em primeiro lugar, na folha de respostas.
4. É apresentado apenas o resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
5. Ilegibilidade da resposta.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
6. Item com etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta ao item resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtrai um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 15 e 19.
7. Etapa com passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
8. Item ou etapa cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho.	O classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas, não podendo atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.
9. Utilização de processos de resolução do item não previstos nos critérios específicos.	O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.  Deve ser aceite qualquer processo de resolução cientificamente correcto, ainda que não esteja previsto nos critérios específicos de classificação ou no programa.
10. Não são apresentadas, explicitamente, todas as etapas, mas a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que elas foram percorridas.	A(s) etapa(s) implícita(s) é(são) classificada(s) com a cotação total para ela(s) prevista.
11. Transposição incorrecta do enunciado.	Se o grau de dificuldade de resolução da etapa não diminuir, subtrair um ponto na cotação da etapa.  Se o grau de dificuldade de resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista.
12. Erro ocasional num cálculo.	Subtrair um ponto à classificação da etapa em que ocorre o erro.
13. Erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir a essa etapa não deve ser superior a 50% da cotação prevista para a mesma.

Situação	Classificação
14. Erro na resolução de uma etapa.	<p>A resolução desta etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Se o erro não diminuir o grau de dificuldade de resolução das etapas subsequentes, estas são classificadas de acordo com os critérios de classificação.</p> <p>Se o erro diminuir o grau de dificuldade de resolução das etapas subsequentes, a classificação máxima a atribuir a essas etapas não deve ser superior a 50% da cotação prevista.</p>
15. Em cálculos intermédios, é pedida uma aproximação a um número de casas decimais. O aluno não respeita o pedido, e/ou os arredondamentos estão incorrectos.	Deve subtrair-se um ponto à classificação total do item.
16. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros e o aluno apresenta-o em metros].	Deve subtrair-se um ponto à classificação da etapa correspondente ao resultado final.
17. Na apresentação do resultado final, não está expressa a unidade de medida. [Exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa ao resultado final é classificada tal como se a unidade de medida estivesse indicada.
18. O resultado final apresenta um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou está incorrectamente arredondado.	Deve subtrair-se um ponto à classificação da etapa correspondente ao resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>Deve subtrair-se um ponto à classificação total do item, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- no caso de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

<b>1.1.</b>	.....	<b>12 pontos</b>
	Indicação correcta das 6 coordenadas ( <b>ver notas</b> ) ..... (6 × 2).....	12

**Notas:**

1. Se o examinando, tendo calculado bem os valores das coordenadas de um ponto, ao indicar as coordenadas como pares ordenados, trocar a abcissa com a ordenada, a classificação a atribuir à indicação das coordenadas desse ponto deverá ser de 1 ponto.
2. Se o examinando, tendo calculado bem os valores das coordenadas de um ponto, não indicar as coordenadas sob a forma de par ordenado, a classificação a atribuir à indicação das coordenadas desse ponto deverá ser de 1 ponto.
3. Se o examinando se enganar no cálculo de alguma das coordenadas de um ponto, e utilizar esse resultado no cálculo das coordenadas dos pontos seguintes, estas devem ser classificadas de acordo com o erro cometido.

<b>1.2.</b>	.....	<b>18 pontos</b>
	Escrever a equação $y = mx + b$ .....	4
	Determinar o valor de $m$ .... $\left(\frac{3}{2}\right)$ ( <b>ver nota</b> ) .....	7
	Indicar ou calcular o valor de $b$ .... (0) .....	5
	Escrever a equação reduzida da recta $AF$ .... $\left(y = \frac{3}{2}x\right)$ .....	2

**Nota:** Caso o examinando se tenha enganado no cálculo das coordenadas de  $F$ , a classificação a atribuir a esta etapa deve estar de acordo com o erro cometido.

<b>2.1.</b>	.....	<b>20 pontos</b>
	A classificação a atribuir à resposta deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:	
	Interpretação correcta (por exemplo: «o número de trutas não é igual ao número total de peixes.») .....	20
	Interpretação correcta do ponto de vista matemático, mas desligada do contexto da situação descrita (por exemplo: «o denominador da fracção nunca é igual ao numerador.») .....	10
	Outras situações .....	0

**Nota:** Qualquer tentativa de mostrar a impossibilidade da equação não deve ser valorizada.

**2.2. .... 20 pontos**

Equacionar o problema ( $\frac{x}{300+x} = \frac{25}{100}$  ou equivalente) ..... 8

Resolver a equação (**ver nota**) ..... 12

**Nota:** O examinando pode resolver a equação gráfica ou analiticamente.

Se o examinando resolver a equação graficamente, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

Apresentação do(s) gráfico(s) ..... 8

- Apresentação do referencial, da curva representativa da função  $P$  e da recta de equação  $y = 0,25$  ..... 2
- Ausência de pontos de abcissa negativa ..... 2
- Representação do ponto de intersecção ..... 2
- Representação da abcissa do ponto de intersecção ..... 2

Solução ..... 4

**Observação:** Caso o examinando não apresente, na etapa anterior, a abcissa do ponto de intersecção, mas conclua que a solução do problema é 100, devem ser atribuídos os dois pontos relativos à representação da referida abcissa.

**ou**

Se o examinando resolver a equação analiticamente, a cotação desta etapa deve ser repartida da seguinte forma:

Desembaraçar de denominadores ..... 6

Isolar os termos em  $x$  num dos membros ..... 4

Obter o valor de  $x$  ..... 2

**3.1. .... 20 pontos**

Indicar o número de casos possíveis .... (500) ..... 9

Indicar o número de casos favoráveis .... (300) ..... 9

Indicar a probabilidade ....  $\left(\frac{300}{500}\right)$  ..... 2

**Nota:** Na escrita da fracção  $\frac{300}{500}$  estão incluídas implicitamente as indicações do número de casos possíveis e do número de casos favoráveis, pelo que devem ser atribuídos 20 pontos. Se o examinando se limitar a escrever a fracção  $\frac{3}{5}$ , a resposta deve ser classificada com 16 pontos.

**3.2. .... 20 pontos**

Indicar o coeficiente de correlação linear .... (0,94) ..... 10

Interpretar o valor obtido ..... 10

Interpretação relativa ao sinal ..... 5

Interpretação relativa ao valor absoluto ..... 5

<b>4.1.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Completar a tabela ..... (5 × 2) .....	10
Mostrar que $h = 7 + 5 \text{ sen } \theta$ .....	10
$h = \overline{PD} + \overline{DC}$ .....	2
$\frac{\overline{PD}}{\overline{OP}} = \text{sen } \theta$ .....	3
$\overline{PD} = 5 \text{ sen } \theta$ .....	3
$\overline{DC} = 7$ .....	2

<b>4.2.</b> .....	<b>20 pontos</b>
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:	

**1.º Processo:**

Determinar o perímetro da primeira circunferência (18,849).....	3
Determinar o perímetro da décima circunferência (24,504) .....	7
Calcular o resultado pedido com a fórmula que dá a soma de $n$ primeiros termos da progressão aritmética (216,77) .....	10
Substituir correctamente os valores na fórmula .....	7
Restantes cálculos .....	3

**2.º Processo:**

Calcular os dez perímetros ..... (10 × 1).....	10
Calcular a soma dos perímetros (216,77) .....	10

**3.º Processo:**

Calcular a soma dos raios .....	8
Calcular o décimo termo da progressão aritmética dos raios (3,900) .....	4
Calcular a soma dos dez primeiros termos da progressão aritmética dos raios (34,500) .....	4
Substituir correctamente os valores na fórmula .....	3
Restantes cálculos .....	1
Multiplicar o valor obtido por $2\pi$ .... (216,77) .....	12

<b>5.1.</b> .....	<b>10 pontos</b>
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:	

**1.º Processo:**

Determinar o número de quilogramas de vitaminas necessário para 4 toneladas de FarX e para 3 toneladas de FarY ( $2 \times 4 + 3 = 11$ ) .....	2
Determinar o número de quilogramas de sabores necessário para 4 toneladas de FarX e para 3 toneladas de FarY ( $4 + 2 \times 3 = 10$ ) .....	2
Determinar o número de quilogramas de conservantes necessário para 4 toneladas de FarX e para 3 toneladas de FarY ( $4 + 3 \times 3 = 13$ ) .....	2
Concluir que é possível .....	4

**2.º Processo:**

Indicar as restrições da região admissível .....	8
Restrições:	
$2x + y \leq 16$ .....	2
$x + 2y \leq 11$ .....	2
$x + 3y \leq 15$ .....	2
$x \geq 0$ .....	1
$y \geq 0$ .....	1
Verificar, gráfica ou analiticamente, que (4,3) pertence à região admissível .....	2

**5.2. .... 20 pontos**

Indicar as restrições da região admissível .....	8
Restrições:	
$2x + y \leq 16$ .....	2
$x + 2y \leq 11$ .....	2
$x + 3y \leq 15$ .....	2
$x \geq 0$ .....	1
$y \geq 0$ .....	1
Indicar a função objectivo ... ( $C(x, y) = x + y$ ) .....	2
Representar graficamente a região admissível .....	6
Representar correctamente $2x + y = 16$ .....	1
Representar correctamente $x + 2y = 11$ .....	1
Representar correctamente $x + 3y = 15$ .....	1
Assinalar o polígono .....	3
Indicar, justificando, os valores de $x$ e de $y$ para os quais é máxima a função objectivo ( $x = 7, y = 2$ ) .....	4

**6. .... 20 pontos**

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«De acordo com a informação dada pelo laboratório, a percentagem da massa de  $C_{14}$  encontrado nos manuscritos é de 96% da massa de  $C_{14}$  original, pelo que se tem:

$$c e^{-0,000121 t} = 0,96c \Leftrightarrow e^{-0,000121 t} = 0,96 \Leftrightarrow -0,000121 t = \ln(0,96) \Leftrightarrow t \approx 337$$

Concluimos, assim, que a idade do papel é de cerca de 337 anos. Como ele foi analisado laboratorialmente em 2008, resulta que terá sido fabricado por volta de 1671, atendendo a que  $2008 - 337 = 1671$ . Ora, como Leonardo da Vinci morreu em 1519, o manuscrito não é da sua autoria.»

Tal como o exemplo ilustra, a composição deverá contemplar os seguintes tópicos:

- idade do papel;
- data em que terá sido fabricado;
- conclusão pela não autoria de Leonardo da Vinci.



Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificado este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa descritos nos critérios gerais e os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina:

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis		
			1	2	3
Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina					
Níveis	3	A resposta contempla, correctamente, os três tópicos solicitados.	18	19	20
	2	A resposta contempla, correctamente, dois dos tópicos solicitados.	12	13	14
	1	A resposta contempla, correctamente, apenas um dos tópicos solicitados.	6	7	8

**Notas:**

1. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
2. O examinando pode resolver a equação  $e^{-0,000121 t} = 0,96$  recorrendo à calculadora.
3. Se o examinando se enganar no cálculo da idade do papel, deve considerar-se que a composição não contempla o primeiro tópico. Os tópicos seguintes devem ser analisados de acordo com o erro cometido. Em particular, o erro poderá levar o examinando a concluir pela **possibilidade** de a autoria do manuscrito ser de Leonardo da Vinci. No entanto, em caso algum pode *concluir pela autoria* de Leonardo da Vinci. Se o examinando expressar tal conclusão, deve considerar-se que a composição não contempla o terceiro tópico.