



Prova Escrita de Matemática B

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Prova 735/2.ª Fase

Critérios de Classificação

15 Páginas

2013

COTAÇÕES

GRUPO I

1.		
1.1.	10 pontos
1.2.	20 pontos
2.	10 pontos
		40 pontos

GRUPO II

1.		
1.1.	15 pontos
1.2.	10 pontos
2.		
2.1.	10 pontos
2.2.	20 pontos
		55 pontos

GRUPO III

1.	15 pontos
2.		
2.1.	15 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	15 pontos
		60 pontos

GRUPO IV

1.		
1.1.	10 pontos
1.2.		
1.2.1.	10 pontos
1.2.2.	10 pontos
2.	15 pontos
		45 pontos

TOTAL **200 pontos**

A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação das respostas aos itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Se a resposta contiver dados que revelem contradição em relação aos elementos considerados corretos, ou se apresentar dados cuja irrelevância impossibilite a identificação objetiva dos elementos solicitados, é atribuída a classificação de zero pontos.

Nos itens com cotação igual ou superior a vinte pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea do desempenho no domínio específico da disciplina e no da comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação do desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir apresentados.

Níveis	Descritores
3	Texto bem estruturado e linguisticamente correto*, ou com falhas esporádicas que não afetem a inteligibilidade do discurso.
2	Texto bem estruturado, mas com incorreções linguísticas que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso. OU Texto linguisticamente correto, mas com deficiências de estruturação que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso.
1	Texto com deficiências de estruturação e com incorreções linguísticas, embora globalmente inteligível.

* Por «texto linguisticamente correto» entende-se um texto correto nos planos da sintaxe, da pontuação e da ortografia.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação das provas, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias numa mesma prova.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	<p>A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 13 e/ou 17.</p>
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	<p>A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.</p>
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	<p>A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.</p> <p>À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos, se ocorrer um erro ocasional num cálculo, e/ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.</p>
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	<p>É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto.</p> <p>O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.</p>
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	<p>A etapa em que a instrução não é respeitada é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.</p>
6. Apresentação apenas do resultado final, se a resolução do item exige cálculos e/ou justificações.	<p>A resposta é classificada com zero pontos.</p>
7. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa que não envolva cálculos e/ou justificações.	<p>Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.</p> <p>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.</p>
8. Transposição incorreta de dados do enunciado, que não altera o que se pretende avaliar com o item.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista; – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
9. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p>
13. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.</p>
14. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>

Situação	Classificação
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação total para ela prevista.
17. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1.1.	10 pontos
Justificar que o número de casos possíveis é 2	4 pontos
Justificar que o número de casos favoráveis é 1	4 pontos
Indicar a probabilidade pedida $\left(\frac{1}{2}\right)$ ou equivalente)	2 pontos
1.2.	20 pontos
Indicar os valores da variável aleatória X (1, 2 e 3)	(1 + 1 + 1)..... 3 pontos
Indicar os valores de $P(X = x_i)$ $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \text{ e } \frac{1}{3}\right)$	(2 + 2 + 2) 6 pontos
Apresentar a tabela de distribuição da variável aleatória X	3 pontos
Calcular o desvio padrão da variável aleatória X	8 pontos
Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.	
1.º Processo	
Apresentar as listas introduzidas na calculadora	2 pontos
Obter o desvio padrão (0,8)	6 pontos
2.º Processo	
Escrever uma expressão do valor médio da variável aleatória X .	2 pontos
Obter o valor médio da variável aleatória X (2)	1 ponto
Escrever uma expressão do desvio padrão da variável aleatória X .	3 pontos
Obter o desvio padrão (0,8)	2 pontos
2.	10 pontos
Reconhecer que os termos da sequência do número de peças empilhadas nos quadrados são termos consecutivos de uma progressão geométrica	1 ponto
Indicar o primeiro termo da progressão (1)	1 ponto
Indicar a razão da progressão (2)	1 ponto
Escrever uma expressão da soma dos 32 primeiros termos consecutivos da progressão $\left(1 \times \frac{1-2^{32}}{1-2}\right)$ ou equivalente)	2 pontos
Obter o valor da expressão anterior (4 294 967 295)	1 ponto
Determinar o número de segundos que seriam necessários para o José preencher metade do tabuleiro (8 589 934 590)	1 ponto
Converter o número obtido de segundos em anos (ver nota)	2 pontos
Concluir que a afirmação do Rui é correta	1 ponto
Nota – Se o examinando apresentar um número de anos entre 271 (inclusive) e 273 (inclusive), a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.	

GRUPO II

1.1.	15 pontos
Reconhecer que a temperatura do chá no instante em que foi feito o 8.º registo é dada por $T(35)$	3 pontos
Obter $T(35)$ (30,16...)	2 pontos
Reconhecer que a temperatura do chá no instante em que foi feito o 1.º registo é dada por $T(0)$	2 pontos
Obter $T(0)$ (88)	2 pontos
Calcular a variação da temperatura pedida	6 pontos
Escrever $T(35) - T(0)$ (ver notas 1 e 2)	4 pontos
Obter o valor da expressão anterior ($-57,8...$) (ver notas 1 e 2)..	1 ponto
Apresentar o valor pedido (-58 °C) (ver nota 2)	1 ponto

Notas:

1. Se o examinando determinar $T(0) - T(35)$, mas se concluir, corretamente, que a variação da temperatura foi -58 °C , a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
2. Se o examinando determinar $T(0) - T(35)$ e se concluir que a variação da temperatura foi 58 °C , a pontuação máxima a atribuir ao conjunto destes passos deverá ser 4 pontos (2 + 1 + 1).

1.2.	10 pontos
Este item deve ser classificado de acordo com os seguintes níveis de desempenho:	
Referir que a temperatura do chá, 1 minuto após o primeiro registo, estava a diminuir cerca de $3,3\text{ °C}$ por minuto (ver nota)	10 pontos
Referir que a temperatura do chá, 1 minuto após o primeiro registo, estava a variar cerca de $-3,3\text{ °C}$ por minuto (ver nota)	8 pontos
Referir que a temperatura do chá estava a diminuir cerca de $3,3\text{ °C}$ por minuto OU Referir que a temperatura do chá, 1 minuto após o primeiro registo, estava a diminuir cerca de $3,3\text{ °C}$ (ver nota)	7 pontos
Referir que a temperatura do chá estava a variar cerca de $-3,3\text{ °C}$ por minuto OU Referir que a temperatura do chá, 1 minuto após o primeiro registo, estava a variar cerca de $-3,3\text{ °C}$ (ver nota)	5 pontos
Referir que a temperatura do chá, no 1.º minuto após o primeiro registo, diminuiu cerca de $3,3\text{ °C}$ por minuto (ver nota)	3 pontos
Referir que a temperatura do chá, no 1.º minuto após o primeiro registo, variou cerca de $-3,3\text{ °C}$ por minuto (ver nota)	1 ponto
Outras respostas	0 pontos
Nota – Se o examinando não considerar $3,3\text{ °C}$ ou $-3,3\text{ °C}$ como valor aproximado, a pontuação a atribuir à resposta não deverá ser desvalorizada.	

2.1. 10 pontos

Equacionar o problema ($7 = -\log_{10}(x)$ ou equivalente)..... 3 pontos

Resolver a equação anterior 6 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Obter $\log_{10}(x) = -7$ 2 pontos

Obter $x = 10^{-7}$ 4 pontos

2.º Processo

Representar graficamente a função definida por $y = -\log_{10}(x)$.. 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação $y = 7$ 1 ponto

Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos 1 ponto

Obter o valor da abcissa desse ponto (10^{-7} ou $0,0000001$) 2 pontos

Concluir que a concentração é 10^{-7} mol/dm^3 (ou $0,0000001 \text{ mol/dm}^3$) 1 ponto

2.2. 20 pontos

Na composição, são contemplados os três tópicos seguintes:

- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, a veracidade da afirmação I);
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, a falsidade da afirmação II);
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, a falsidade da afirmação III).

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis**	6	Na composição, são contemplados corretamente os três tópicos.	18	19	20
	5	Na composição, são contemplados corretamente apenas dois tópicos e é contemplado parcialmente o outro tópico.	15	16	17
	4	Na composição, são contemplados corretamente apenas dois tópicos e não é contemplado o outro tópico. OU Na composição, é contemplado corretamente apenas um tópico e são contemplados parcialmente os outros dois tópicos.	12	13	14
	3	Na composição, é contemplado corretamente apenas um tópico, é contemplado parcialmente apenas outro tópico e não é contemplado o tópico restante. OU Na composição, são contemplados parcialmente os três tópicos.	9	10	11
	2	Na composição, é contemplado corretamente apenas um tópico e não são contemplados os outros dois tópicos. OU Na composição, são contemplados parcialmente apenas dois tópicos e não é contemplado o outro tópico.	6	7	8
	1	Na composição, é contemplado parcialmente apenas um tópico e não são contemplados os outros dois tópicos.	3	4	5

* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

** Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Considera-se que um tópico é parcialmente contemplado se o examinando, na sua resposta, apresentar um raciocínio estruturado mas incompleto ou com alguns erros que revelem desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, cuja gravidade não afete significativamente o raciocínio matemático necessário ao cumprimento do tópico.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«A afirmação I) é verdadeira, porque o valor do pH da água do mar é $-\log_{10}(1 \times 10^{-8}) = 8$, sendo, portanto, superior a 7, valor do pH a partir do qual uma solução aquosa é considerada alcalina.

A afirmação II) é falsa, pois o valor do pH da lixívia é $-\log_{10}(3,16 \times 10^{-14}) \approx 13,5$, sendo, portanto, inferior a 14

Finalmente, a afirmação III) é falsa, uma vez que o valor do pH do chá não é superior ao triplo do valor do pH do sumo de limão, como se afirma. Com efeito, o valor do pH do chá é $-\log_{10}(3,16 \times 10^{-6}) \approx 5,5$ e o triplo do valor do pH do sumo de limão é $-3 \log_{10}(5,01 \times 10^{-3}) \approx 6,9$ »

GRUPO III

1. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever \overline{PR} em função de α 3 pontos

Escrever $\cos(\alpha) = \frac{\overline{PR}}{8}$ 2 pontos

Obter $\overline{PR} = 8 \cos(\alpha)$ 1 ponto

Escrever \overline{RQ} em função de α 3 pontos

Escrever $\sin(\alpha) = \frac{\overline{RQ}}{8}$ 2 pontos

Obter $\overline{RQ} = 8 \sin(\alpha)$ 1 ponto

Escrever uma expressão do raio de cada um dos semicírculos representados a sombreado $\left(\frac{8 \cos(\alpha)}{2}$ ou equivalente e $\frac{8 \sin(\alpha)}{2}$ ou equivalente).... (1 + 1).... 2 pontos

Escrever uma expressão da área da região representada a sombreado $\left(\frac{1}{2} \pi \left(\frac{8 \cos(\alpha)}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{8 \sin(\alpha)}{2}\right)^2$ ou equivalente) 2 pontos

Obter $8\pi \cos^2(\alpha) + 8\pi \sin^2(\alpha)$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter $8\pi (\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha))$ 1 ponto

Aplicar a fórmula fundamental da trigonometria 1 ponto

Obter o valor pedido (8π) 1 ponto

2.º Processo

Escrever a área do semicírculo de diâmetro $[PR]$ em função de \overline{PR} $\left(\frac{1}{2} \pi \left(\frac{\overline{PR}}{2}\right)^2$ ou equivalente) 3 pontos

Escrever a área do semicírculo de diâmetro $[RQ]$ em função de \overline{RQ} $\left(\frac{1}{2} \pi \left(\frac{\overline{RQ}}{2}\right)^2$ ou equivalente) 3 pontos

Escrever uma expressão da área da região representada a sombreado $\left(\frac{1}{2} \pi \left(\frac{\overline{PR}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{\overline{RQ}}{2}\right)^2$ ou equivalente) 2 pontos

Obter $\frac{1}{8} \pi \overline{PR}^2 + \frac{1}{8} \pi \overline{RQ}^2$ (ou equivalente) 2 pontos

Reconhecer que $\overline{PR}^2 + \overline{RQ}^2 = 8^2$ 2 pontos

Obter $\frac{\pi}{8} \times 8^2$ 2 pontos

Obter o valor pedido (8π) 1 ponto

2.1. 15 pontos

- Reconhecer que o problema se pode traduzir pela condição $A(\alpha) > 10$
(ou equivalente) 2 pontos
- Representar graficamente a função A 3 pontos
- Respeitar a forma do gráfico 2 pontos
- Respeitar o domínio (**ver nota 1**) 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $y = 10$ 1 ponto
- Assinalar os pontos de intersecção da reta com o gráfico da função A 2 pontos
- Obter os valores das abcissas desses pontos (0,337... e 1,233...) ... (2 + 2).. 4 pontos
- Apresentar o intervalo pedido $(]0,34; 1,23[)$ (**ver nota 2**) 3 pontos

Notas:

1. Se o examinando apresentar parte do gráfico da função num intervalo contido no domínio que permita visualizar os pontos de intersecção relevantes para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
2. Caso o examinando apresente como resposta um dos intervalos $[0,34; 1,23]$, $[0,34; 1,23[$ ou $]0,34; 1,23]$, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

2.2. 15 pontos

- Concluir que $A(c) = A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 6 pontos
- Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever uma expressão da taxa de variação média da função A

no intervalo $\left[\frac{\pi}{5}, c\right]$ $\left(\frac{A(c) - A\left(\frac{\pi}{5}\right)}{c - \frac{\pi}{5}} \text{ ou equivalente}\right)$ 2 pontos

Igualar a expressão anterior a zero 2 pontos

Obter $A(c) = A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 2 pontos

2.º Processo

Referir que, do facto de a taxa de variação média da função A

no intervalo $\left[\frac{\pi}{5}, c\right]$ ser zero, se pode concluir que, para $\alpha = \frac{\pi}{5}$
e para $\alpha = c$, a área do triângulo $[PQR]$ tem o mesmo valor 4 pontos

Escrever $A(c) = A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 2 pontos

Resolver a condição $A(c) = A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função A 3 pontos

Respeitar a forma do gráfico 2 pontos

Respeitar o domínio (**ver nota**) 1 ponto

Determinar $A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ (15,216...) 1 ponto

Representar graficamente a reta de equação $y = A\left(\frac{\pi}{5}\right)$ 1 ponto

Assinalar o ponto de intersecção da reta com o gráfico da função A , ponto relevante para a resolução do problema 1 ponto

Obter o valor da abcissa desse ponto (0,942...) 2 pontos

2.º Processo

Referir que os triângulos obtidos para $\alpha = \frac{\pi}{5}$ e para $\alpha = c$ são geometricamente iguais 3 pontos

Referir que $c = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}$ 4 pontos

Calcular o valor de $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}$ (0,942...) 1 ponto

Apresentar o valor pedido (0,94) 1 ponto

Nota – Se o examinando apresentar parte do gráfico da função num intervalo contido no domínio que permita visualizar o ponto de intersecção relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.

2.3. **15 pontos**

A resposta a este item deve ser classificada apenas pelo nível de desempenho específico da disciplina, não devendo ser classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Na resposta são contemplados os três tópicos seguintes:

I) relacionar a mudança de sinal da função F com a alteração da monotonia da função A , em $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (**ver nota**);

II) referir que, em $\alpha = \frac{\pi}{4}$, ocorre o máximo da função A (**ver nota**);

III) referir que, para $\alpha = \frac{\pi}{4}$, a área da região que se pretende pavimentar é máxima.

No quadro seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item.

Níveis	Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina	Pontuação
5	Na resposta, são contemplados corretamente os tópicos I, II e III. OU Na resposta, são contemplados corretamente apenas os tópicos I e III.	15
4	Na resposta, são contemplados corretamente apenas os tópicos I e II.	12
3	Na resposta, é contemplado corretamente apenas o tópico I.	10
2	Na resposta, é contemplado corretamente apenas o tópico III.	5
1	Na resposta, é contemplado corretamente apenas o tópico II.	2

Nota – Se o examinando apresentar uma tabela que relacione corretamente o sinal da função F com a monotonia da função A , explicitando o valor de α para o qual a função A atinge o valor máximo, deve considerar-se que, na resposta, é contemplado este tópico.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«Em $\alpha = \frac{\pi}{4}$, a função F anula-se, passando de positiva a negativa, pelo que a função A passa de crescente a decrescente, ocorrendo, nesse valor de α , o máximo da função A

Assim, para $\alpha = \frac{\pi}{4}$, a área da região que se pretende pavimentar é máxima.»

GRUPO IV

1.1. 10 pontos

Reconhecer que, numa pavimentação, a soma das amplitudes dos ângulos internos dos polígonos que concorrem no mesmo ponto é igual a 360° 2 pontos

Calcular a amplitude de um ângulo interno do octógono regular 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Dividir o octógono em 8 triângulos isósceles congruentes a partir do centro do octógono 1 ponto

Obter a amplitude de um dos ângulos ao centro (45°) 1 ponto

Obter a amplitude de cada um dos outros dois ângulos internos de cada triângulo isósceles ($67,5^\circ$) 1 ponto

Obter a amplitude de um ângulo interno do octógono (135°) 1 ponto

2.º Processo

Dividir o octógono em 6 triângulos, traçando cinco diagonais a partir de um dos vértices 1 ponto

Reconhecer que a soma das amplitudes dos ângulos internos do octógono é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos dos 6 triângulos 1 ponto

Obter o valor dessa soma (1080°) 1 ponto

Obter a amplitude de um ângulo interno do octógono (135°) 1 ponto

3.º Processo

- Escrever $\frac{180(n-2)}{n}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Substituir n por 8 na expressão anterior 1 ponto
- Obter a amplitude de um ângulo interno do octógono (135°) 1 ponto
- Obter a soma da amplitude de dois ângulos internos do octógono (270°) 1 ponto
- Obter a diferença $360^\circ - 270^\circ$ (90°) 1 ponto
- Referir que o quadrado é o único polígono regular em que a amplitude de cada ângulo interno é igual a 90° 2 pontos

1.2.1. 10 pontos

- Calcular a diagonal de cada mosaico preto com a forma de um quadrado ($25,456$ cm) 2 pontos
- Obter o valor de $18 + 25,456$ ($43,456$ cm) 1 ponto
- Converter $11,30$ m em 1130 cm 1 ponto
- Obter o valor de $\frac{1130}{43,456}$ ($26,003$) 1 ponto
- Referir que, em comprimento, a pavimentação da sala tem 26 mosaicos brancos..... 1 ponto
- Converter $10,43$ m em 1043 cm 1 ponto
- Obter o valor de $\frac{1043}{43,456}$ ($24,001$) 1 ponto
- Referir que, em largura, a pavimentação da sala tem 24 mosaicos brancos 1 ponto
- Concluir que a pavimentação da sala tem $26 \times 24 = 624$ mosaicos brancos .. 1 ponto

1.2.2. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Referir que os mosaicos pretos da pavimentação da sala correspondem a 624 quadrados 5 pontos
- Obter a área de um mosaico preto com a forma de um quadrado (324 cm²) 2 pontos
- Obter o valor de 324×624 ($202\,176$ cm²) 1 ponto
- Converter $202\,176$ cm² em $20,2176$ m² 1 ponto
- Apresentar o valor pedido (20 m²) 1 ponto

2.º Processo

- Obter a área do quadrado de lado $18 + 25,456$ ($1888,424$ cm²) 2 pontos
- Obter a área de um mosaico preto com a forma de um quadrado (324 cm²) 2 pontos
- Obter a área de um mosaico branco, como sendo a diferença das duas áreas anteriores ($1564,424$ cm²)..... 1 ponto

Obter a área total dos mosaicos brancos ($976\,200,576\text{ cm}^2$)	1 ponto
Converter $976\,200,576\text{ cm}^2$ em $97,620\text{ m}^2$, respeitando a aproximação pedida.....	1 ponto
Obter a área da pavimentação da sala ($117,859\text{ m}^2$)	1 ponto
Obter o valor de $117,859 - 97,620$ ($20,239\text{ m}^2$)	1 ponto
Apresentar o valor pedido (20 m^2)	1 ponto

2. 15 pontos

Reconhecer que os termos da progressão aritmética referidos são x , $4x$ e x^2 , sendo x o comprimento, em centímetros, do lado do quadrado ($1+1+1$).....	3 pontos
Escrever $x^2 - 4x$	2 pontos
Escrever $4x - x$	2 pontos
Igualar as duas expressões anteriores	2 pontos
Resolver a equação obtida	5 pontos

A equação pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $x^2 - 7x = 0$	1 ponto
Escrever $x(x - 7) = 0$	2 pontos
Escrever $x = 0 \vee x = 7$	2 pontos

2.º Processo

Representar graficamente a parábola de equação $y = x^2 - 4x$	1 ponto
Representar graficamente a reta de equação $y = 3x$	1 ponto
Assinalar o ponto de intersecção da parábola com a reta, ponto relevante para a resolução do problema	1 ponto
Obter a abcissa desse ponto (7)	2 pontos

Concluir que o comprimento do lado do quadrado é 7 cm 1 ponto