

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2017**  
11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Critérios de Classificação**

11 Páginas

---

VERSÃO DE TRABALHO

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

1. .... 30 pontos

Identificar a função objetivo ( $L(x, y) = 0,25x + 0,2y$ ) ..... 2 pontos

Indicar as restrições (**ver nota 1**) ..... 10 pontos

$0,06x + 0,075y \leq 6,9$  (ou equivalente) (**ver notas 2 e 3**) ..... 4 pontos

$0,03x + 0,02y \leq 2,4$  (ou equivalente) (**ver notas 2 e 3**) ..... 4 pontos

$x \geq 0$  ..... 1 ponto

$y \geq 0$  ..... 1 ponto

Representar graficamente a região admissível ..... 7 pontos

Representar graficamente a reta de equação

$0,06x + 0,075y = 6,9$  ..... 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação

$0,03x + 0,02y = 2,4$  ..... 2 pontos

Assinalar o polígono ..... 3 pontos

Obter as coordenadas do vértice do polígono que não pertence aos eixos coordenados ((40, 60)) ..... 4 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados, com exceção da origem ((80, 0) e (0, 92)) ..... (1+1) ..... 2 pontos

Calcular o valor da venda correspondente a cada um dos vértices do polígono, com exceção da origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver nota 4**) ..... (3x1) ..... 3 pontos

Apresentar os valores pedidos ( $x = 40$  e  $y = 60$ ) ..... 2 pontos

### Notas:

1. Se, em alguma das restrições, for utilizado incorretamente o símbolo «<», em vez do símbolo «≤», ou o símbolo «>», em vez do símbolo «≥», a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto, no total.

2. Se, na restrição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «=», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 1 ponto.

3. Se, na restrição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «≥», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo é desvalorizada em 2 pontos.

4. No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

2. .... **15 pontos**

Identificar os valores da variável aleatória  $X$  ..... (3x1) ..... 3 pontos

Reconhecer que  $P(X = 1,6) = \frac{1}{2}$  ..... 1 ponto

Obter  $P(X = 1) \left(\frac{1}{4}\right)$  ..... 2 pontos

Obter  $P(X = 1,35) \left(\frac{1}{4}\right)$  ..... 2 pontos

Apresentar a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X$   
(**ver nota**) ..... 2 pontos

Obter o valor médio da variável aleatória  $X$  ..... 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Escrever uma expressão do valor médio ..... 3 pontos

Calcular o valor médio (1,3875) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos

Apresentar o valor médio (1,3875) ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (1,39) ..... 1 ponto

**Nota** – Se a soma dos valores das probabilidades não for 1, a pontuação máxima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

3. .... **15 pontos**

Identificar  $485 \text{ cm}^3$  com  $\mu - \sigma$  ..... 3 pontos

Identificar  $530 \text{ cm}^3$  com  $\mu + 2\sigma$  ..... 3 pontos

Escrever uma expressão que dá a probabilidade ..... 7 pontos

Apresentar o valor pedido (0,18) ..... 2 pontos

## GRUPO II

1. .... **15 pontos**

Traduzir o problema pela condição  $h(t) = \frac{h(0)}{2}$  ..... 4 pontos

Determinar  $h(0)$  ..... 2 pontos

Resolver a condição  $h(t) = \frac{h(0)}{2}$  ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Representar graficamente a função  $h$  ..... 4 pontos

    Respeitar o domínio ..... 2 pontos

    Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = \frac{2,15 + \ln 8,9}{2}$  ..... 1 ponto

Assinalar o ponto de intersecção da reta com o gráfico de  $h$  ..... 1 ponto

Obter a abcissa do ponto (15,4545...) ..... 2 pontos

### 2.º Processo

Escrever  $2,15 + \ln(8,9 - 0,51t) = \frac{2,15 + \ln 8,9}{2}$  ..... 1 ponto

Obter  $8,9 - 0,51t = e^{\frac{2,15 + \ln 8,9}{2} - 2,15}$  ..... 4 pontos

Obter o valor de  $t$  (15,4545...) ..... 3 pontos

Apresentar a resposta pedida (15,5 horas) ..... 1 ponto

2. .... **15 pontos**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora ..... 3 pontos

Apresentar os valores de  $a$  (-0,032),  $b$  (0,194),  $c$  (-0,723) e  $d$  (4,386) ..... 7 pontos

Obter o valor pedido (0,1 m) ..... 5 pontos

### GRUPO III

- 1.1.** ..... **10 pontos**
- Identificar o número pedido com  $V(0,5)$  ..... 4 pontos
- Obter  $V(0,5)$  (910,9522...)..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido (911 euros) ..... 2 pontos
- 1.2.** ..... **10 pontos**
- Traduzir o problema pela condição  $V(t) = 374$  ..... 1 ponto
- Resolver a condição anterior ..... 8 pontos
- Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.
- 1.º Processo**
- Representar graficamente a função  $V$  ..... 4 pontos
- Respeitar o domínio ..... 2 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 374$  ..... 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção da reta com o gráfico de  $V$  ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (5,2777...) ..... 2 pontos
- 2.º Processo**
- Escrever  $999,9 \times 0,83^t = 374$  ..... 1 ponto
- Escrever  $t = \log_{0,83} \left( \frac{374}{999,9} \right)$  ..... 4 pontos
- Obter o valor de  $t$  (5,2777...) ..... 3 pontos
- Apresentar a resposta pedida (5,3 anos) ..... 1 ponto
- 1.3.** ..... **10 pontos**
- Obter  $V(3)$  (571,729...) ..... 2 pontos
- Obter  $V(0)$  (999,9) ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (-143) ..... 1 ponto
- Interpretar, no contexto do problema, o valor pedido (por exemplo, «ao longo dos três primeiros anos, a bicicleta do Vicente desvaloriza, em média, 143 euros por ano»)..... 5 pontos



2.1. .... 20 pontos

- Calcular o valor de  $a$  ..... 5 pontos
- Identificar 30 com  $d(0)$  ..... 2 pontos
- Escrever  $20 + a \cos 0 = 30$  ..... 1 ponto
- Concluir que  $a = 10$  ..... 2 pontos

- Calcular o valor de  $b$  ..... 14 pontos
- Identificar 20 com  $d(0,15)$  ..... 2 pontos
- Escrever  $20 + 10 \cos (0,15b) = 20$  ..... 1 ponto
- Resolver a equação  $20 + 10 \cos (0,15b) = 20$  ..... 11 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função definida por  
 $y = 20 + 10 \cos (0,15x)$  ..... 6 pontos
- Respeitar o domínio ..... 3 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 20$  .. 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção da reta com o gráfico da função ..... 2 pontos
- Obter a abcissa desse ponto (10,4719...) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Obter a equação  $\cos (0,15b) = 0$  ..... 2 pontos
- Representar graficamente a função definida por  
 $y = \cos (0,15x)$  ..... 6 pontos
- Respeitar o domínio ..... 3 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é nula ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (10,4719...) ..... 2 pontos

**3.º Processo**

- Obter a equação  $\cos (0,15b) = 0$  ..... 2 pontos
- Obter  $0,15b = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ..... 5 pontos
- Obter  $b = \frac{\pi}{0,3} + k\frac{\pi}{0,15}, k \in \mathbb{Z}$  ..... 2 pontos
- Obter o valor de  $b$  que pertence ao intervalo  $[0,12]$   
 (10,4719...) ..... 2 pontos

- Apresentar o valor pedido (10,5) ..... 1 ponto

2.2. .... 10 pontos

Interpretar o valor 0,3 (por exemplo, «ao fim de 0,3 segundos, o refletor estava à distância mínima do solo») (ver nota 1) ..... 5 pontos

Interpretar o valor 0,6 (por exemplo, «ao fim de 0,6 segundos, o refletor estava à distância máxima do solo») (ver nota 2) ..... 5 pontos

**Notas:**

1. Se a interpretação se limitar à indicação de que «para  $t = 0,3$ , a função tem um mínimo», a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

2. Se a interpretação se limitar à indicação de que «para  $t = 0,6$ , a função tem um máximo», a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

**GRUPO IV**

1.1. .... 15 pontos

Escrever  $\frac{4 \times \overline{AB}}{2} = 31$  ..... 3 pontos

Obter  $\overline{AB}$  ..... 2 pontos

Escrever  $\operatorname{tg}(20^\circ) = \frac{6}{\overline{AD}}$  (ou equivalente) ..... 5 pontos

Obter  $\overline{AD}$  (16,48486...) ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (0,98) ..... 3 pontos

1.2. .... 10 pontos

Apresentar as coordenadas do ponto  $E$  ((-6, -1)) (ver nota) ..... 4 pontos

Apresentar as coordenadas do ponto  $E'$  ((-6, 1)) ..... 6 pontos

**Nota** – Se forem apresentadas apenas as coordenadas do ponto  $E'$ , esta etapa é considerada como cumprida.

2.1. .... 15 pontos

Identificar o pedido com a soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética ..... 3 pontos

Indicar o primeiro termo da progressão (1) ..... 1 ponto

Escrever uma expressão que dá o termo de ordem  $n$   
( $1 + 0,5(n - 1)$  ou equivalente) ..... 4 pontos

Escrever uma expressão que dá a soma dos  $n$  primeiros termos da progressão  
 $\left(\frac{1 + (0,5n + 0,5)}{2} \times n\right)$  ..... 3 pontos

Obter  $\frac{n^2 + 3n}{4}$  ..... 4 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função definida por  $y = \frac{x^2 + 3x}{4}$  ..... 4 pontos
  - Respeitar o domínio ..... 1 ponto
  - Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 100$  ..... 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção dessa reta com a curva ..... 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto (18,5561...) ..... 2 pontos
- Apresentar a resposta («No dia 19 de agosto.») ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Escrever a equação  $\frac{x^2 + 3x}{4} = 100$  ..... 2 pontos
- Obter  $x^2 + 3x - 400 = 0$  ..... 1 ponto
- Obter  $x = -21,5561... \vee x = 18,5561...$  ..... 4 pontos
- Referir que, para  $x \geq 1$ , a função definida por  $y = \frac{x^2 + 3x}{4}$  é crescente ..... 1 ponto
- Apresentar a resposta («No dia 19 de agosto.») ..... 2 pontos

**3.º Processo**

- Calcular  $\frac{18^2 + 3 \times 18}{4}$  (94,5) ..... 3 pontos
- Calcular  $\frac{19^2 + 3 \times 19}{4}$  (104,5) ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $94,5 < 100 < 104,5$  ..... 1 ponto
- Referir que a sucessão definida por  $\frac{n^2 + 3n}{4}$  é crescente ..... 1 ponto
- Apresentar a resposta («No dia 19 de agosto.») ..... 2 pontos

**COTAÇÕES**

Grupo	Item					Cotação (em pontos)
	Cotação (em pontos)					
I	1.	2.	3.			60
	30	15	15			
II	1.	2.				30
	15	15				
III	1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	60
	10	10	10	20	10	
IV	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.		50
	15	10	15	10		
<b>TOTAL</b>						<b>200</b>