Canguru sem fronteiras 2005

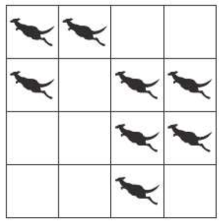
Categoria: Cadete Duração: 1h30mn

Destinatários: alunos do 9° ano de Escolaridade

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada, és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontuação!

Problemas de 3 pontos

1. Estão oito cangurus colocados nos quadrados da tabela, como mostra a figura. Cada canguru pode saltar directamente do seu quadrado para qualquer quadrado vazio. Descobre o menor número de cangurus que devem saltar de modo a que em cada linha e em cada coluna fiquem exactamente 2 cangurus.

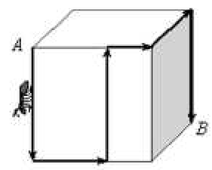


(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

2. Quantas horas há em metade de um terço de um quarto de um dia?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3

3. Temos um cubo com $12\,cm$ de aresta. Uma formiga move-se na superfície do cubo do ponto A para o ponto B, ao longo da trajectória mostrada na figura. Qual o comprimento do caminho percorrido pela formiga?



(A) $40\,cm$ (B) $48\,cm$ (C) $50\,cm$
(D) $60\,cm$ (E) Não é possível determinar.

4. Duas raparigas e três rapazes comeram, em conjunto, 16 bolas de gelado. Cada rapaz comeu o dobro de cada rapariga. Quantas bolas de gelado serão comidas por três raparigas e dois rapazes, com este mesmo apetite por gelado?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 17

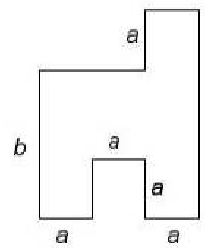
5. Na escola de Sobreiro, $50\,\%$ dos estudantes possuem bicicleta. Dos estudantes que têm bicicleta, $30\,\%$ possuem patins. Qual a percentagem de estudantes da escola de Sobreiro que têm bicicleta e patins?

(A) $15\,\%$ (B) $20\,\%$ (C) $25\,\%$ (D) $40\,\%$ (E) $80\,\%$

6. Num triângulo $[ABC]$, o ângulo em A é três vezes maior do que em B e é metade do ângulo em C. Qual é a medida da amplitude do ângulo em A?

(A) 30° (B) 36° (C) 54° (D) 60° (E) 72°

7. O diagrama mostra a planta de um quarto. As paredes adjacentes são perpendiculares entre si. As letras a e b representam as dimensões (comprimentos) do quarto. Quanto mede a área do quarto?



(A) $3ab + a^2$ (B) $3ab - a^2$ (C) $3ab$
(D) $b^2 - a^2$ (E) $8a + 2b$

8. A Joana cortou uma folha de papel em 10 partes. Depois pegou numa dessas partes e voltou a cortá-la em mais 10 partes. Repetiu este processo mais três vezes, perfazendo cinco vezes no total. No final quantos pedaços de papel obteve a Joana?

(A) 36 (B) 40 (C) 46 (D) 50 (E) 56

9. Um certo número de corvos pousou, cada um no seu poleiro, nas traseiras de um jardim. Para um dos corvos não houve, infelizmente, nenhum poleiro. Passado algum tempo, os mesmos corvos estavam pousados aos pares nos mesmos poleiros, ficando um poleiro sem corvo. Quantos poleiros há nas traseiras do jardim?

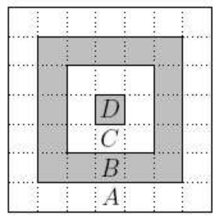
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. À sequência de letras AGKNORU (por ordem alfabética) está associada uma sequência de diferentes algarismos, dispostos por ordem crescente. Se usarmos o mesmo código, qual é o maior número associado à palavra KANGOUROU?

(A) 987654321 (B) 987654354 (C) 436479879
(D) 536479879 (E) 597354354

Problemas de 4 pontos

11. Considere um alvo quadrado como mostra a figura. A contagem de pontos é inversamente proporcional à área de cada região. Se uma seta na região B valer 10 pontos, então uma seta na região C vale:

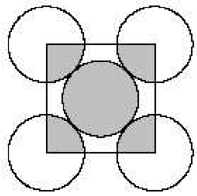


(A) 5 pontos (B) 8 pontos (C) 16 pontos
(D) 20 pontos (E) 24 pontos

12. Um grupo de alunos está a planear uma viagem. Se cada um deles contribuísse com 14 euros para as despesas previstas, faltariam 4 euros. Mas se cada um deles contribuísse com 16 euros, sobrariam 6 euros. Com quanto deve contribuir cada um dos alunos de modo a obterem, exactamente, a quantidade necessária para essas despesas?

(A) 14,40 euros (B) 14,60 euros (C) 14,80 euros
(D) 15,00 euros (E) 15,20 euros

13. No diagrama, os cinco círculos têm o mesmo raio e tocam-se como indicado na figura. O quadrado tem os seus vértices coincidentes com os centros dos quatro círculos exteriores. A razão entre a área sombreada dos cinco círculos e a área da região não sombreada dos cinco círculos é

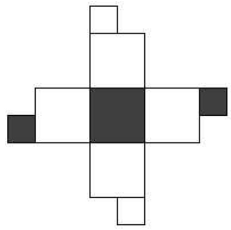


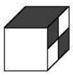
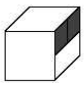
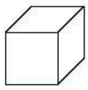
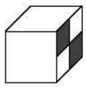
(A) 1:3 (B) 1:4 (C) 2:5 (D) 2:3 (E) 5:4

14. Um guarda-nocturno trabalha durante 4 dias consecutivos e descansa ao quinto dia. O Domingo passado foi dia de descanso. Quantos dias de trabalho é que terá até o dia de descanso voltar a ser ao Domingo?

(A) 35 (B) 30 (C) 28 (D) 24 (E) 7

15. Qual dos seguintes cubos pode ser construído a partir da planificação apresentada à direita?

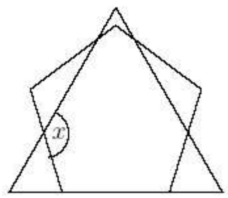


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

16. O Gato Esperto dorme debaixo de um carvalho desde o meio-dia até à meia-noite e conta histórias desde a meia-noite até ao meio-dia. No tronco do carvalho está afixado um cartaz que diz: “Há duas horas atrás, o Gato Esperto estava a fazer a mesma coisa que irá estar a fazer daqui a uma hora.” Quantas horas do dia diz o cartaz a verdade?

(A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 3 (E) 21

17. O diagrama ao lado mostra-nos um triângulo equilátero e um pentágono regular. Qual é a amplitude do ângulo x?

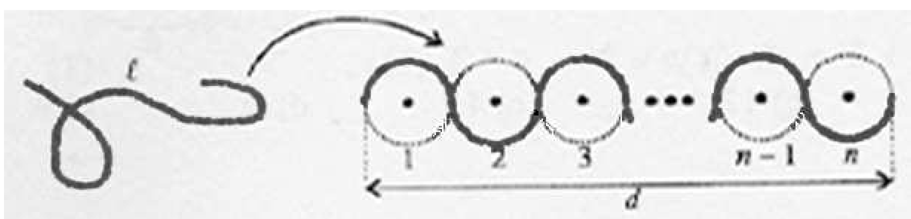


(A) 124° (B) 128° (C) 132° (D) 136° (E) São precisos mais dados.

18. O Miguel pensou num número de três algarismos e noutro de dois algarismos. Determina a soma desses números sabendo que a diferença entre eles é igual a 989.

(A) 1000 (B) 1001 (C) 1009 (D) 1010 (E) 2005

19. Qual o valor de l?



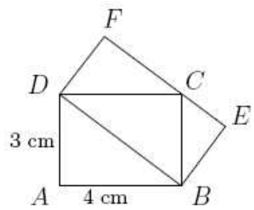
(A) $d\,n$ (B) $\pi\,d\,n$ (C) $2\pi\,d\,n$ (D) $\frac{\pi}{2}\,d$ (E) $\pi\,d$

20. Para um número natural n maior que 1, consideramos como seu comprimento o número de factores da sua representação num produto de factores primos. Por exemplo, o comprimento do número $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ é igual a 4. Quantos números ímpares existem entre 2 e 100 com comprimento 3?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Outra resposta.

Problemas de 5 pontos

21. Na figura estão representados dois rectângulos $[ABCD]$ e $[DBEF]$. Qual é a área do rectângulo $[DBEF]$?



(A) $10\,cm^2$ (B) $12\,cm^2$ (C) $13\,cm^2$ (D) $14\,cm^2$ (E) $16\,cm^2$

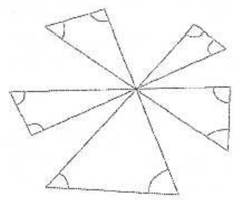
22. O António tem um cadeado com um código de três dígitos. Esqueceu-se do código mas sabe que os três dígitos são diferentes e que o primeiro dígito é igual ao quadrado da razão entre o segundo e terceiro dígitos. Quantos códigos têm essa propriedade?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 8

23. Para quantos números de dois algarismos se obtém um número maior que o seu triplo quando se trocam os seus algarismos?

(A) 6 (B) 10 (C) 15 (D) 22 (E) 33

24. Cinco linhas rectas intersectam-se num ponto comum formando a figura ao lado. Qual é o valor da soma das amplitudes dos 10 ângulos marcados na figura?

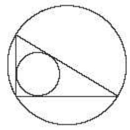


(A) 300° (B) 450° (C) 360° (D) 600° (E) 720°

25. Há 64 litros de vinho num barril. Substitua 16 litros de vinho por 16 litros de água: suponha que o vinho e a água se misturam uniformemente e que o volume da mistura é a soma dos dois volumes. Substitua agora 16 litros da mistura por 16 litros de água: espere até que se misturem e faça o mesmo novamente. Finalmente, quantos litros de vinho (misturado com água, evidentemente) permanecem no barril?

(A) 27 (B) 24 (C) 16 (D) 30 (E) 48

26. Sejam a e b as medidas de comprimento dos catetos do triângulo rectângulo da figura. Se d for o diâmetro do incírculo e D for o diâmetro do circuncírculo desse triângulo, então $d + D$ é igual a

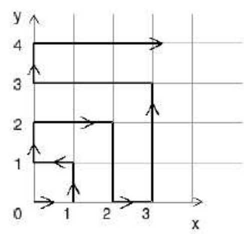


(A) $a + b$ (B) $2(a + b)$ (C) $0.5(a + b)$ (D) $\sqrt{ab}$ (E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

27. A média de dez inteiros positivos diferentes é 10. Qual é o maior valor possível que um desses números pode tomar?

(A) 10 (B) 45 (C) 50 (D) 55 (E) 91

28. Uma partícula move-se através do primeiro quadrante, conforme as setas indicadas na figura. Durante o primeiro minuto, move-se da origem para o ponto de coordenadas $(1, 0)$. Depois disso, continua a seguir os sentidos indicados na figura entre a parte positiva do eixo Ox e a parte positiva do eixo Oy, movendo-se uma unidade de distância em cada minuto, paralelamente a um ou ao outro eixo. Quais as coordenadas do ponto que a partícula alcançará após exactamente 2 horas de percurso?



(A) $(10, 0)$ (B) $(1, 11)$ (C) $(10, 11)$ (D) $(2, 10)$ (E) $(11, 11)$

29. Dia sim, dia não, o Júlio fala a verdade. Nos restantes dias mente sempre. Hoje ele proferiu quatro das seguintes frases. Qual das seguintes frases é que ele não pode ter dito hoje?

(A) Eu tenho um número primo de amigos.

(B) Eu tenho tantos amigos rapazes como raparigas.

(C) 288 é divisível por 12.

(D) Eu falo sempre a verdade.

(E) Três dos meus amigos são mais velhos do que eu.

30. Quantos conjuntos de números inteiros positivos consecutivos existem, com 2 elementos, no mínimo, em que a soma dos seus elementos é igual a 100?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 0