



## Canguru sem fronteiras 2006

Categoria: Júnior

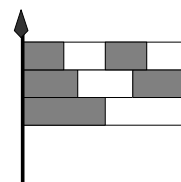
Duração: 1h15

Destinatários: alunos dos 10º e 11º anos de Escolaridade

**Não podes usar calculadora.** Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada, és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

### Problemas de 3 pontos

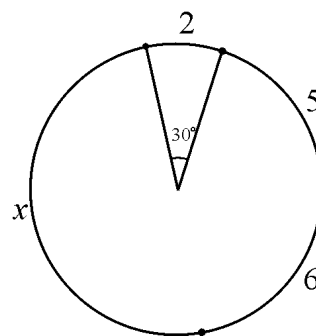
- Qual dos números é que está no meio de 2006 e 6002?  
A) 3998      B) 4000      C) 4002      D) 4004      E) 4006
- Quantos números de 4 algarismos (e com os 4 algarismos distintos) são divisíveis por 2006?  
A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5
- Qual é o menor número de 10 algarismos que se consegue construir colocando os 6 números seguintes um após o outro: 309, 41, 5, 7, 68 e 2?  
A) 1 234 567 890      B) 1 023 456 789      C) 3 097 568 241  
D) 2 309 415 687      E) 2 309 415 678
- Quantas vezes consegue um relógio electrónico mostrar simultaneamente, entre as 00:00 e as 23:59, todos os quatro algarismos 2, 0, 0 e 6, em qualquer ordem?  
A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5
- Uma bandeira está dividida em três filas de igual largura, e cada uma delas está dividida em duas, três e quatro partes iguais. Que fracção da área da bandeira está colorida a cinzento?  
A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{5}$       D)  $\frac{4}{7}$       E)  $\frac{5}{9}$



6. O relógio da minha avó adianta um minuto em cada hora. O relógio do meu avô atrasa meio minuto por hora. Quando saí de casa dos meus avós sincronizei os seus relógios e disse que voltaria assim que a diferença entre os relógios fosse, exactamente, uma hora. Quanto tempo demorei a voltar?
- A) 12 horas    B) 14 horas e meia    C) 40 horas    D) 60 horas    E) 90 horas

7. O Pedro diz que 25% dos seus livros são romances e  $1/9$  são de poesia. Sabendo que ele tem entre 50 e 100 livros, quantos livros tem ele?
- A) 50    B) 56    C) 64    D) 72    E) 93

8. Uma circunferência está dividida em quatro arcos com medidas de comprimentos 2, 5, 6 e  $x$ . Encontra o valor de  $x$ , sabendo que o arco com medida de comprimento 2 faz um ângulo ao centro de amplitude  $30^\circ$ .



- A) 7    B) 8    C) 9    D) 10    E) 11
9. Um pacote de pastilhas custa 10 cêntimos. Dentro de cada pacote está um talão. Com três talões consegues gratuitamente outro pacote de pastilhas. Quantos pacotes consegues obter com 150 cêntimos?
- A) 15    B) 17    C) 20    D) 21    E) 22
10. Os números  $a, b, c, d$  e  $e$  são positivos e tais que  $ab = 2, bc = 3, cd = 4, de = 5$ . Qual é o valor de  $e/a$ ?
- A)  $15/8$     B)  $5/6$     C)  $3/2$     D)  $4/5$     E) impossível de determinar.

### Problemas de 4 pontos

11. O Sr. Alberto perguntou à D. Ágata qual a sua idade. A D. Ágata respondeu: “Se eu viver até aos cem anos, então a minha idade é quatro terços da metade do tempo que me resta”. Qual é a idade da D. Ágata?

A) 20    B) 40    C) 50    D) 60    E) 80

12. O rectângulo da figura ao lado está dividido em 6 quadrados. O comprimento dos lados do menor quadrado é de 1 cm. Qual é o comprimento dos lados do maior dos quadrados?



A) 4 cm    B) 5 cm    C) 6 cm    D) 7 cm    E) 8 cm

13. Cada letra representa um algarismo diferente e cada algarismo uma letra diferente. Qual é o algarismo representado por G?

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ + \text{K A G} \\ + \text{K N G} \\ \hline \text{2 0 0 6} \end{array}$$

A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

14. Enquanto a Ana está a resolver os problemas do “Canguru”, chega às seguintes conclusões, todas correctas:

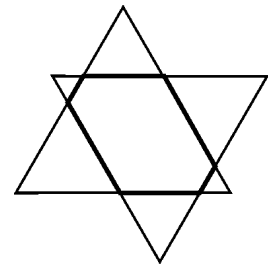
- 1) Se a resposta A for verdadeira, então a resposta B também é.
- 2) Se a resposta C for falsa, a resposta B também é falsa.
- 3) Se a resposta B for falsa, então nem a D nem a E são verdadeiras.

Qual é, afinal, a resposta verdadeira? (Recorda que qualquer problema no “Canguru” tem uma e apenas uma resposta correcta.)

A) resposta A   B) resposta B   C) resposta C   D) resposta D   E) resposta E

15. Dois triângulos equiláteros idênticos, com perímetros de 18 cm, estão sobrepostos com os seus lados respectivos paralelos. Qual é o perímetro do hexágono resultante?

- A) 11 cm   B) 12 cm   C) 13 cm  
D) 14 cm   E) 15 cm



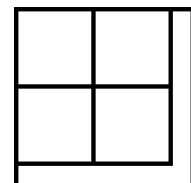
16. Se todo o par de algarismos consecutivos de um dado número for um quadrado perfeito, qual é o número máximo de algarismos esse número poderá ter?

- A) 5   B) 4   C) 3   D) 6   E) 10

17. Uma caixa contém 15 bolas, cada uma colorida com vermelho e azul (metade a vermelho e metade a azul), 12 bolas coloridas com azul e verde e 9 coloridas com verde e vermelho. Qual é o menor número de bolas que tens de escolher da caixa de modo a garantir que tens, pelo menos, sete bolas que partilham uma mesma cor?

- A) 7   B) 8   C) 9   D) 10   E) 11

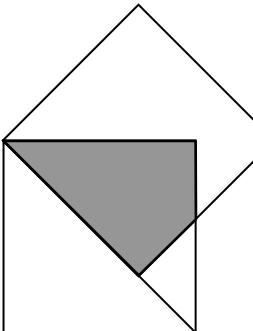
18. Um quadrado de área igual a  $125 \text{ cm}^2$  foi dividido em 5 partes de igual área – quatro quadrados e uma figura em forma de L, de acordo com a figura. Encontra o comprimento do lado mais curto da imagem em forma de L.



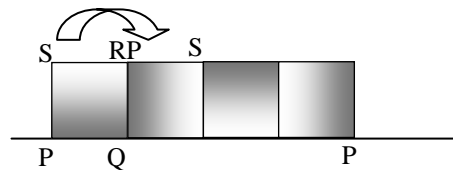
- A) 1 cm   B) 1,2 cm   C)  $2(\sqrt{5} - 2)$  cm  
D)  $3(\sqrt{5} - 1)$  cm   E)  $5(\sqrt{5} - 2)$  cm

19. Se a soma de três números positivos é igual a 20, então o produto dos dois maiores desses números é
- A) sempre menor do que 99                      B) sempre maior do que 0,001
- C) sempre diferente de 25                      D) sempre diferente de 75
- E) nenhuma das hipóteses anteriores
20. Uma ilha mágica é habitada por cavaleiros (que dizem sempre a verdade) e por mentirosos (que mentem sempre). Um sábio encontrou duas pessoas da ilha, a pessoa A e a pessoa B, e decidiu que iria descobrir se eles eram cavaleiros ou mentirosos. Quando perguntou a A, “Ambos vós sois cavaleiros?” não ficou com a certeza das suas identidades. Quando perguntou a A, “Sois vós do mesmo género?”, só então conseguiu identificá-los. O que eram as pessoas?
- A) ambos mentirosos                      B) ambos cavaleiros                      C) A – cavaleiro, B – mentiroso
- D) B – cavaleiro, A – mentiroso                      E) impossível especificar.

### Problemas de 5 pontos

21. Um comboio de mercadorias é constituído por uma locomotiva e cinco vagões: I, II, III, IV e V. De quantas maneiras é que o comboio pode ser composto de modo a que o vagão I esteja sempre mais próximo da locomotiva do que o vagão II?
- A) 120                      B) 60                      C) 48                      D) 30                      E) 10
22. Dois quadrados com lado unitário têm um vértice em comum e a aresta de um deles fica sobre a diagonal do outro. Qual é a área da região em que os dois quadrados se intersectam?
- A)  $\sqrt{2} - 1$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$     D)  $\sqrt{2} + 1$     E)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- 
23. A família Silva consiste no pai, na mãe e alguns filhos. A idade média da família é de 18 anos. Sem contar com o pai de 38 anos, a idade média da família diminui apenas para 14 anos. Quantos filhos tem a família Silva?
- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6
24. Os números 1, 2 e 3 estão escritos numa circunferência. Se escrevermos, a seguir, a soma de cada par de números vizinhos, obtemos 6 números (1, 3, 2, 5, 3, 4). Esta operação é repetida mais 4 vezes, resultando em 96 números escritos na circunferência. Qual é a soma destes números?
- A) 486                      B) 2187                      C) 1458                      D) 4374                      E) 998.

25. Um quadrado  $[PQRS]$ , com lados de comprimento 10 cm, vai ser rodado, sem deslizos, ao longo de uma linha. No início,  $P$  e  $Q$  estão na linha e a primeira rotação é feita em torno do ponto  $Q$ , de acordo com o diagrama. Para-se de rolar quando  $P$  volta a tocar a linha. Qual é a medida do comprimento da curva que  $P$  descreveu?



- A)  $10\pi$
- B)  $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$
- C)  $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$
- D)  $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$
- E)  $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

26. Cada face de um cubo está colorida com uma cor diferente, que foi escolhida de entre seis cores. Quantos cubos diferentes podem ser coloridos deste modo?

- A) 24
- B) 30
- C) 36
- D) 42
- E) 48

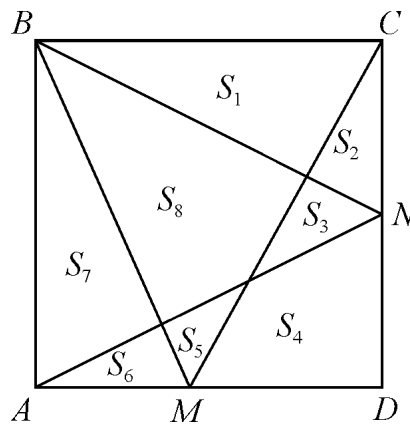
27. O número 257 tem 3 algarismos distintos, que podem dar origem a um número maior, o número 752, quando dispostos por ordem inversa. Quantos são os números de 3 algarismos com esta propriedade?

- A) 124
- B) 252
- C) 280
- D) 288
- E) 360

28.  $Y$  é definido como a soma dos algarismos de  $X$ , e  $Z$  é a soma dos algarismos de  $Y$ . Quantos números naturais  $X$  satisfazem  $X + Y + Z = 60$ ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) mais de 3.

29. Os pontos  $M$  e  $N$  são escolhidos arbitrariamente nos lados  $[AD]$  e  $[DC]$ , respectivamente, de um quadrado  $[ABCD]$ . O quadrado fica dividido em oito partes, de áreas  $S_1, S_2, \dots, S_8$ , tal como se pode ver na figura. Qual das seguintes expressões é sempre igual a  $S_8$ ?



- A)  $S_2 + S_4 + S_6$
- B)  $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
- C)  $S_1 + S_4 + S_7$
- D)  $S_2 + S_5 + S_7$
- E)  $S_3 + S_4 + S_5$ .

30. Supõe que o resultado final de um jogo de futebol é de 5 – 4, vencendo a equipa da casa. Se a equipa da casa marcou o primeiro golo e manteve a liderança até ao fim, de quantas maneiras diferentes poderiam os golos ter sido marcados?

- A) 17
- B) 13
- C) 20
- D) 14
- E) 9