

Canguru Matemático sem Fronteiras 2009



Categoria: Cadete

Duração: 1h30min

Destinatários: alunos do 9º ano de Escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Qual dos números seguintes é par?

(A) 2009

(B) $2 + 0 + 0 + 9$

(C) $200 - 9$

(D) 200×9

(E) $200 + 9$

2. Estavam 4 rapazes e 4 raparigas numa festa. Os rapazes dançavam só com raparigas e as raparigas dançavam só com rapazes. Perguntámos depois a todos eles quantos parceiros de dança tinham tido. Os rapazes responderam: 3, 1, 2, 2. Três das raparigas responderam: 2, 2, 2. Que número disse a quarta rapariga?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

3. A estrela na figura é formada a partir de 12 pequenos triângulos equiláteros geometricamente iguais. A medida do perímetro da estrela é 36 cm. Qual é a medida, em cm, do perímetro do hexágono a sombreado?

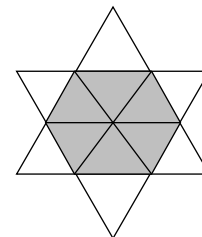
(A) 6

(B) 12

(C) 18

(D) 24

(E) 30



4. O Henrique distribui pastas na Avenida de Camões. Ele tem de entregar uma pasta em todas as casas com número ímpar. A primeira casa tem o número 15 e a última tem o número 53. Em quantas casas o Henrique entregou pastas?

(A) 19

(B) 20

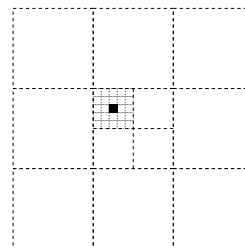
(C) 27

(D) 38

(E) 53

5. A medida da área do quadrado maior é 1. Qual é a medida da área do quadrado pequeno a preto?

- (A) $\frac{1}{100}$ (B) $\frac{1}{300}$ (C) $\frac{1}{600}$ (D) $\frac{1}{900}$ (E) $\frac{1}{1000}$



6. O produto de quatro números inteiros positivos distintos é 100. Qual é a sua soma?

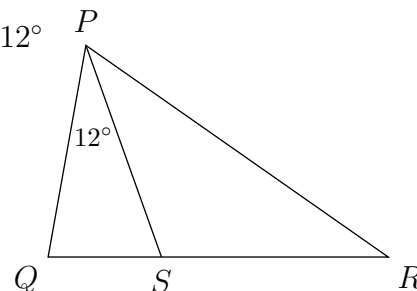
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

7. Numa sala existem gatos e cães. O número de patas dos gatos é o dobro do número de narizes dos cães. Então o número de gatos é:

- (A) o dobro do número de cães (B) igual ao número de cães
 (C) metade do número de cães (D) 1/4 do número de cães
 (E) quatro vezes o número de cães

8. Na figura à direita, S pertence ao segmento de recta $[QR]$, $\widehat{QPS} = 12^\circ$ e $\overline{PQ} = \overline{PS} = \overline{RS}$. Qual é a medida da amplitude de $\angle QPR$?

- (A) 36° (B) 42° (C) 54° (D) 60° (E) 84°

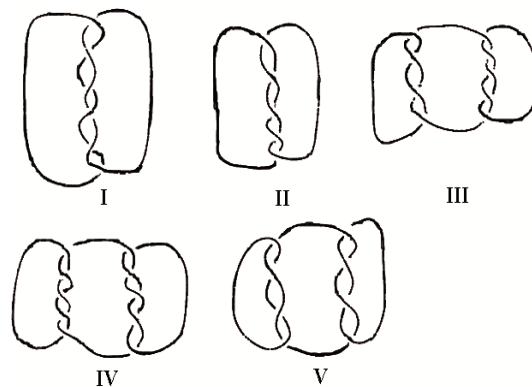


9. Um elevador pode levar 12 adultos ou 20 crianças. Quantas crianças, no máximo, poderiam subir com 9 adultos?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

10. Das ligações ao lado, quais é que são constituídas por mais do que um pedaço de corda?

- (A) I, III, IV e V
 (B) III, IV e V
 (C) I, III e V
 (D) Todas elas
 (E) Nenhuma das anteriores



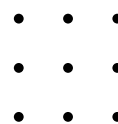
Problemas de 4 pontos

11. Quantos números inteiros positivos têm igual número de algarismos na representação decimal do seu quadrado e do seu cubo?

- (A) 0 (B) 3 (C) 4
 (D) 9 (E) Uma infinidade deles

12. Qual é o menor número de pontos na figura que é necessário retirar de modo que quaisquer 3 pontos dos restantes não sejam colineares?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 7

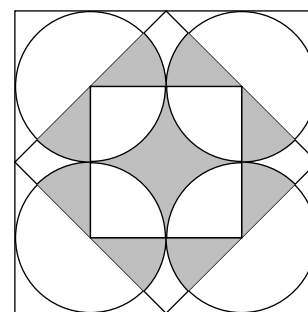


13. O Nuno mediu todos os 6 ângulos de dois triângulos - um deles tendo todos os ângulos agudos e o outro tendo um ângulo obtuso. Ele lembra-se da amplitude de quatro desses ângulos: 120° , 80° , 55° e 10° . Qual é a medida da amplitude do menor ângulo do triângulo que tem todos os ângulos agudos?

- (A) 5° (B) 10° (C) 45°
 (D) 55° (E) É impossível determinar

14. Sabendo que a medida da área do quadrado maior é 1 cm^2 . Qual é a medida, em cm^2 , da área da região a sombreado?

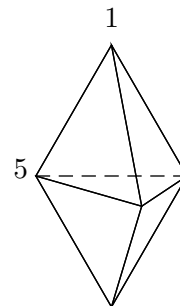
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\pi}{12}$ (C) $\frac{\pi + 2}{16}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$



15. Na ilha dos honestos e mentirosos estão 25 pessoas numa fila. Todos, com exceção da primeira pessoa da fila, dizem que a pessoa que está à sua frente na fila é mentirosa e o primeiro indivíduo da fila diz que todas as pessoas que estão atrás de si são mentirosas. Quantos mentirosos existem na fila? (Os honestos dizem sempre a verdade e os mentirosos mentem sempre.)

- (A) 0 (B) 12 (C) 13
 (D) 24 (E) Impossível determinar

16. A figura mostra um sólido formado por 6 faces triangulares. Em cada vértice existe um número. Para cada face consideramos a soma dos três números dos vértices dessa face. Se todas as somas forem iguais e dois dos números forem 1 e 5 como indicado na figura, qual é a soma de todos os 5 números?



- (A) 9 (B) 12 (C) 17 (D) 18 (E) 24

17. Na igualdade $\frac{E \times I \times G \times H \times T}{F \times O \times U \times R} = T \times W \times O$, letras diferentes representam algarismos diferentes enquanto que letras iguais representam o mesmo algarismo. Quantos valores diferentes pode tomar o produto $T \times H \times R \times E \times E$?

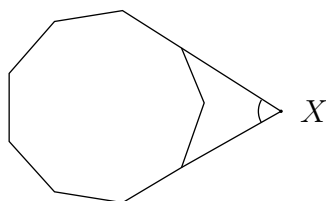
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Pretendemos colorir os quadrados da tabela usando as cores P , Q , R e S , de tal forma que os quadrados vizinhos não tenham a mesma cor (os quadrados que partilham pelo menos um vértice são considerados vizinhos). Alguns dos quadrados foram coloridos como se mostra na figura. Quais são as possibilidades de colorir o quadrado a sombreado?

P	Q			
R	S			
		Q		
Q				

- (A) Apenas Q (B) Apenas R (C) Apenas S
 (D) R ou S (E) Não é possível determinar

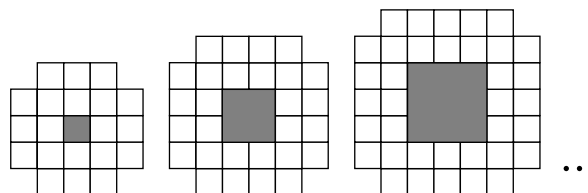
19. A figura mostra um eneágono (polígono com 9 lados) regular.



Qual é a medida da amplitude do ângulo assinalado em X ?

- (A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 55° (E) 60°

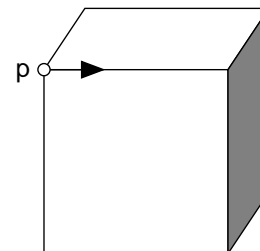
20. Os três primeiros padrões de construção são apresentados na figura. Não incluindo o quadrado a sombreado, quantos quadrados unitários serão necessários para construir o décimo padrão desta sucessão?



- (A) 76 (B) 80 (C) 84
 (D) 92 (E) 100

Problemas de 5 pontos

21. A partir do ponto P, movemo-nos ao longo das arestas do cubo representado na figura, partindo no sentido da seta. No fim da aresta temos de escolher: se vamos para a direita ou para a esquerda. No final da segunda aresta temos de escolher novamente e assim sucessivamente. Escolhemos alternadamente direita e esquerda. Ao fim de quantas arestas voltamos a reencontrar pela primeira vez o ponto P?

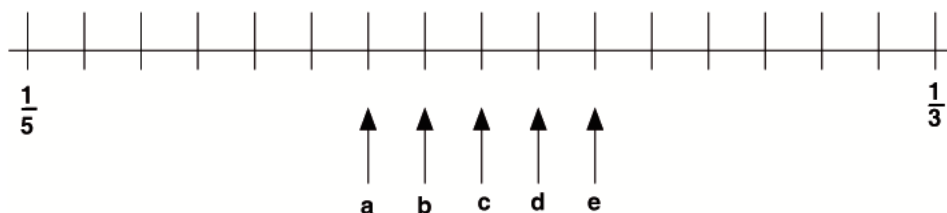


- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12

22. Quantos números de dez algarismos existem, formados somente pelos algarismos 1, 2 ou 3, e de tal forma que a diferença entre dois algarismos vizinhos seja igual a 1?

- (A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 80 (E) 100

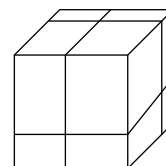
23. As fracções $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ estão colocadas na seguinte linha numerada.



Onde está a fracção $\frac{1}{4}$?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

24. São feitos três cortes num cubo obtendo-se oito paralelepípedos rectangulares menores. Qual é a razão entre a área *total* de superfície dos oito paralelepípedos e a área de superfície do cubo original?



- (A) 1 : 1 (B) 4 : 3 (C) 3 : 2 (D) 2 : 1 (E) 4 : 1

25. Todos os divisores do número natural N , diferentes de N e de 1, foram dispostos numa linha. Acontece que o maior dos divisores na linha é 45 vezes maior que o menor dos divisores. Quantos números N satisfazem esta condição?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2
 (D) Mais do que 2 (E) Impossível determinar

