Canguru Matemático sem Fronteiras 2013

http://www.mat.uc.pt/canguru/

Categoria: Júnior Duração: 1h 30min
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

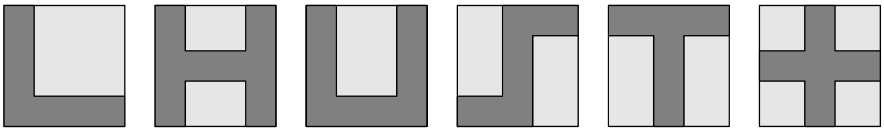
Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. O número $200013 - 2013$ não é divisível por

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

2. A Maria desenhou seis quadrados geometricamente iguais e em cada um deles pintou uma região a cinzento escuro.



Quantas destas regiões têm perímetro igual ao perímetro de cada um dos quadrados?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

3. A Margarida comprou quatro espigas de milho para cada um dos quatro membros da sua família. Ela usufruiu do desconto indicado no placar.

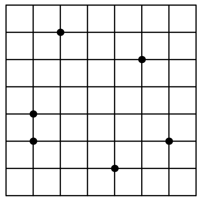
Quanto pagou a Margarida pelas espigas de milho?

(**A**) 0,80 € (**B**) 1,20 € (**C**) 2,80 € (**D**) 3,20 € (**E**) 80 €

4. Três dos números 2, 4, 16, 25, 50 e 125 têm produto igual a 1000. Qual é a soma desses três números?

(**A**) 70 (**B**) 77 (**C**) 131 (**D**) 143 (**E**) 145

5. Estão marcados seis pontos numa grelha quadrangular, com células de medidas 1×1, como se mostra na figura. A Mariana quer escolher três dos pontos marcados para vértices de um triângulo. Qual é a menor área possível de um tal triângulo?

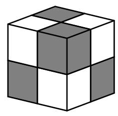


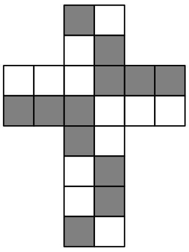
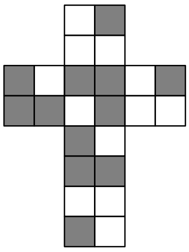
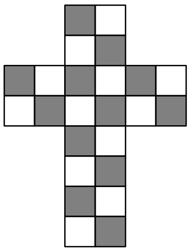
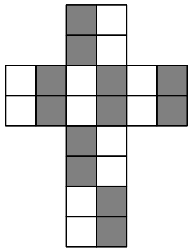
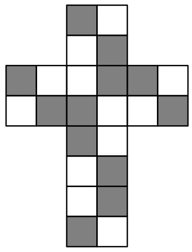
(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{2}$ (**D**) 1 (**E**) 2

6. Qual das seguintes potências é o resultado da expressão numérica $4^{15} + 8^{10}$?

(**A**) 2^{10} (**B**) 2^{15} (**C**) 2^{20} (**D**) 2^{30} (**E**) 2^{31}

7. As faces de um cubo foram pintadas com quadrados cinzentos e quadrados brancos, como mostra a figura, de tal forma que parece que o cubo foi construído usando cubos mais pequenos, cinzentos ou brancos. Qual das seguintes planificações pode representar o cubo da figura?

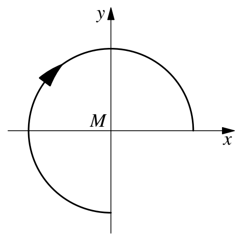


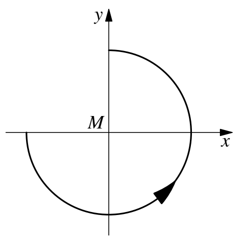
(**A**) 
(**B**) 
(**C**) 
(**D**) 
(**E**) 

8. O número n é o maior número natural tal que $4n$ é um número de três algarismos e m é o menor número natural tal que $4m$ é um número de três algarismos. Qual é o valor de $4n - 4m$?

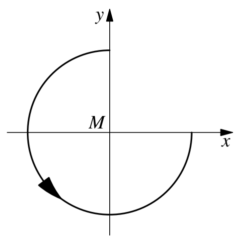
(**A**) 900 (**B**) 899 (**C**) 896 (**D**) 225 (**E**) 224

9. À figura, constituída por um arco de circunferência com centro M e uma seta, é aplicada uma rotação de 90° em torno de M no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, seguida de uma reflexão relativamente ao eixo das abcissas. Qual das seguintes figuras mostra o resultado final?

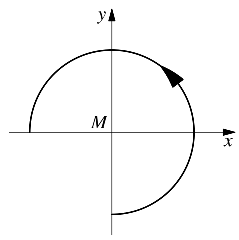




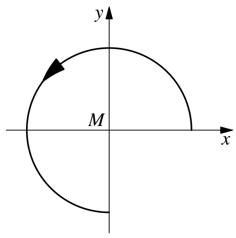
(**A**)



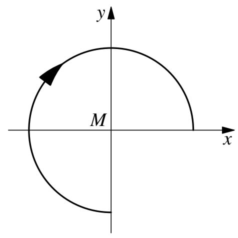
(**B**)



(**C**)



(**D**)



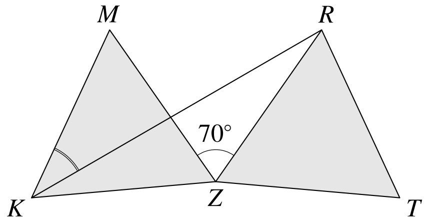
(**E**)

10. Qual das expressões numéricas tem maior valor?

(**A**) $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$ (**B**) $\sqrt{20} \times 13$ (**C**) $20 \times \sqrt{13}$ (**D**) $\sqrt{201} \times 3$ (**E**) $\sqrt{2013}$

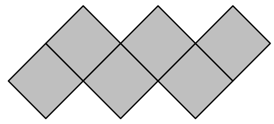
Problemas de 4 pontos

11. Na figura, o triângulo $[RZT]$ resulta do triângulo equilátero $[KZM]$ após uma rotação deste em torno do ponto Z, no sentido dos ponteiros do relógio. Qual é a medida da amplitude do $\angle RKM$?



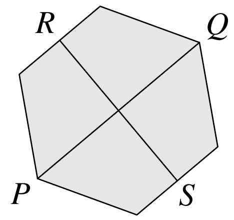
(**A**) 20° (**B**) 25° (**C**) 30° (**D**) 35° (**E**) 40°

12. A partir de seis quadrados, cada um dos quais com 1 cm de lado, foi construída a forma em ziguezague representada na figura. Tal forma tem 14 cm de perímetro. Se a forma em ziguezague for continuada do mesmo modo, até que sejam usados 2013 quadrados, qual será o perímetro da forma assim obtida?



(**A**) 2022 (**B**) 4028 (**C**) 4032 (**D**) 6038 (**E**) 8050

13. Os pontos P e Q são vértices opostos de um hexágono regular e os pontos R e S são os pontos médios de lados opostos do mesmo hexágono, como mostra a figura. A área do hexágono é 60 cm^2. Qual é o produto de $\overline{PQ}$ por $\overline{RS}$?

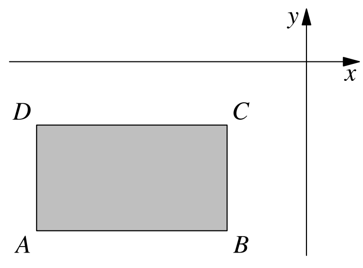


(**A**) 40 cm^2 (**B**) 50 cm^2 (**C**) 60 cm^2 (**D**) 80 cm^2 (**E**) 100 cm^2

14. Uma turma fez uma prova de Matemática. Se cada rapaz da turma tivesse tido mais 3 pontos na prova, a nota média da turma teria aumentado em 1,2 pontos. Que percentagem da turma é constituída por raparigas?

(**A**) 20 (**B**) 30 (**C**) 40 (**D**) 50 (**E**) 60

15. O retângulo $[ABCD]$ tem lados paralelos aos eixos coordenados e está no terceiro quadrante, como mostra a figura. Para cada um dos pontos A, B, C e D calculou-se o quociente da ordenada pela respetiva abcissa. Qual dos pontos originou o menor valor calculado?

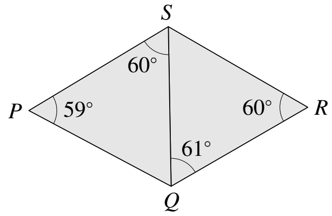


(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D
(**E**) Depende das dimensões do retângulo

16. Este ano, no seu aniversário, o João multiplicou (corretamente) a sua idade pela idade do seu filho e obteve o número 2013. Em que ano nasceu o João?

(**A**) 1981 (**B**) 1982 (**C**) 1953 (**D**) 1952
(**E**) É necessária mais informação

17. Conforme mostra a figura, $[PQS]$ e $[QRS]$ são triângulos tais que $Q\hat{P}S = 59°$, $P\hat{S}Q = 60°$, $R\hat{Q}S = 61°$ e $S\hat{R}Q = 60°$. Qual dos seguintes segmentos de reta tem maior comprimento?

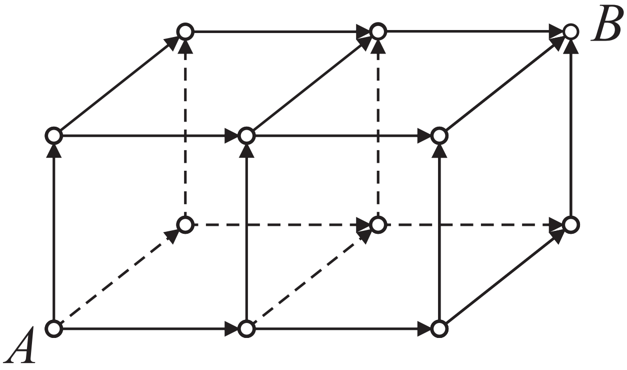


(**A**) $[PS]$ (**B**) $[RS]$ (**C**) $[QS]$ (**D**) $[QR]$ (**E**) $[PQ]$

18. A Adriana está à procura de conjuntos com cinco números naturais consecutivos com a propriedade seguinte: a soma de três desses números é igual à soma dos outros dois. Quantos conjuntos diferentes pode ela encontrar?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

19. De acordo com a figura, de quantas maneiras diferentes se pode ir de A para B, seguindo somente ao longo das arestas e no sentido indicado pelas setas?



(**A**) 6
(**B**) 8
(**C**) 9
(**D**) 12
(**E**) 15

20. O Gil está à procura de um número de seis algarismos tal que a soma dos seus algarismos seja um número par e o produto dos mesmos seja um número ímpar. Qual das seguintes afirmações sobre um tal número é verdadeira?

(**A**) Dois ou quatro dos algarismos são números pares
(**B**) Não existe um tal número
(**C**) O número tem um número ímpar de algarismos ímpares
(**D**) Os seis algarismos podem ser todos diferentes
(**E**) Nenhuma das afirmações de (A) a (D) é verdadeira

Problemas de 5 pontos

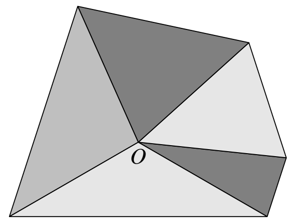
21. O número $\frac{1}{1024000}$ é escrito na forma decimal com o menor número possível de algarismos. Quantos algarismos aparecem na parte decimal?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 13 (**D**) 14 (**E**) 1024000

22. Quantos números naturais são múltiplos de 2013 e têm exatamente 2013 divisores (incluindo o 1 e o próprio número)?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 6 (**E**) Outro número

23. Vários triângulos isósceles não sobrepostos têm o vértice O em comum. Cada triângulo partilha uma aresta com os triângulos adjacentes. O menor dos ângulos em O tem amplitude $m°$, onde m é um número inteiro positivo. Os outros triângulos têm ângulos em O de amplitudes $2m°$, $3m°$, $4m°$ e assim sucessivamente. A figura mostra uma construção deste tipo com cinco triângulos. Qual é o menor valor de m de modo a que uma tal construção seja possível?



(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 6 (**E**) 8

24. O Júlio criou um processo de transformar um conjunto de três números num novo conjunto de três números: cada número é substituído pela soma dos outros dois. Por exemplo, $\{3, 4, 6\}$ é transformado em $\{10, 9, 7\}$. Quantas vezes tem o Júlio de aplicar este procedimento ao conjunto $\{1, 2, 3\}$ até obter pela primeira vez um conjunto contendo o número 2013?

(**A**) 8 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) Mais do que 10
(**E**) 2013 nunca irá aparecer

25. Os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 são distribuídos pelos vértices de um decágono regular. Então, cada um dos números é adicionado aos dois números que com ele partilham uma aresta, obtendo-se assim dez novos números. Qual é o maior valor possível para o menor destes novos dez números?

(**A**) 14 (**B**) 15 (**C**) 16 (**D**) 17 (**E**) 18

26. Usando todos os números naturais de 1 a 22, inclusive, o Horácio quer formar onze frações (escolhendo um número para numerador e outro para denominador). Cada um dos números será usado exatamente uma vez. Qual será o maior número possível de frações que têm valor inteiro?

(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

27. Um polígono regular com 13 lados está inscrito numa circunferência de centro O. Com cada três vértices deste polígono pode construir-se um triângulo. Quantos triângulos construídos desta forma contêm o ponto O no seu interior?

(**A**) 72 (**B**) 85 (**C**) 91 (**D**) 100 (**E**) Outro valor

28. Um carro partiu de um ponto S e deslocou-se numa estrada em linha reta a uma velocidade de 50 km/h. A cada hora que passa, outro carro parte de S, com velocidade que excede em 1 km/h a velocidade do carro que saiu de S uma hora antes. O último carro partiu de S (à velocidade 100 km/h) 50 horas depois do primeiro carro ter partido. Passadas 100 horas depois de ter saído de S o primeiro carro, a que velocidade se desloca o carro que vai à frente dos restantes?

(**A**) 50 km/h (**B**) 66 km/h (**C**) 75 km/h (**D**) 84 km/h (**E**) 100 km/h

29. Um jardineiro quer plantar 100 árvores, carvalhos e tílias, ao longo de uma avenida. O número de árvores entre quaisquer dois carvalhos não pode ser igual a cinco. Qual é o maior número de carvalhos que o jardineiro poderá plantar?

(**A**) 48 (**B**) 50 (**C**) 52 (**D**) 60 (**E**) 80

30. O Miguel viu um trator a puxar lentamente um tubo ao longo de uma estrada. O Miguel caminhou ao lado do tubo na mesma direção e sentido que o trator, tendo contado 140 passos para ir de uma extremidade à outra do tubo. Então ele inverteu o sentido e caminhou até à extremidade de onde partiu, tendo contado apenas 20 passos. O trator e o Miguel movimentaram-se a uma velocidade constante e cada passo do Miguel mede 1 metro de comprimento. Qual é o comprimento do tubo?

(**A**) 30 m (**B**) 35 m (**C**) 40 m (**D**) 48 m (**E**) 80 m