

Canguru Matemático sem Fronteiras 2015

<http://www.mat.uc.pt/canguru/>

Categoria: Cadete

Duração: 1h 30min

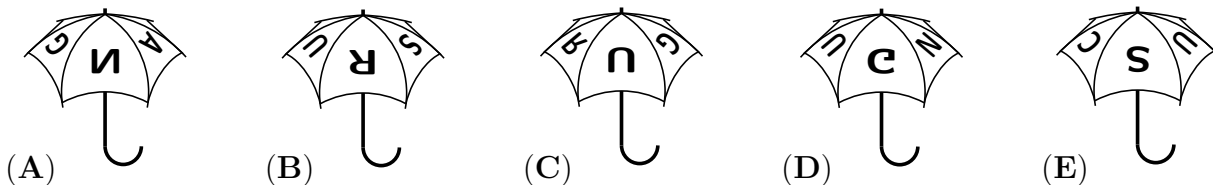
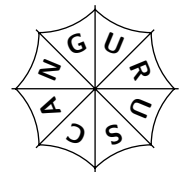
Destinatários: alunos do 9.º ano de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. O meu guarda-chuva tem escrita a palavra CANGURUS. Na figura à direita está representado o meu guarda-chuva, visto de cima. Uma das figuras seguintes representa o meu guarda-chuva. Qual é?



2. Quatro retângulos geometricamente iguais foram utilizados para construir um retângulo maior, como se mostra na figura. O lado menor do retângulo assim construído mede 10 cm. Quanto mede o lado maior?

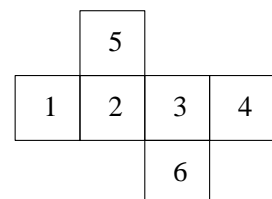


(A) 10 cm (B) 20 cm (C) 30 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

3. Dos números seguintes, qual é o que está mais próximo de $2,015 \times 510,2$?

(A) 0,1 (B) 1 (C) 10 (D) 100 (E) 1000

4. Num cubo as faces estão numeradas de 1 a 6. Na figura ao lado está representada uma planificação desse cubo. O Paulo somou corretamente os números que estão em faces opostas desse cubo. Quais são os resultados das três somas feitas pelo Paulo?



(A) 4, 6 e 11 (B) 4, 5 e 12
(C) 5, 6 e 10 (D) 5, 7 e 9
(E) 5, 8 e 8

5. Qual dos seguintes não é um número inteiro?

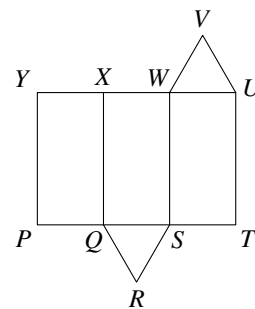
- (A) $\frac{2011}{1}$ (B) $\frac{2012}{2}$ (C) $\frac{2013}{3}$ (D) $\frac{2014}{4}$ (E) $\frac{2015}{5}$

6. O José foi de comboio de *Algures* até *Nenhures*, passando por *Qualquer-Lugar*. A viagem demorou 130 minutos. Sabendo que a parte da viagem de *Algures* até *Qualquer-Lugar* demorou 35 minutos, quanto demorou a parte da viagem de *Qualquer-Lugar* até *Nenhures*?

- (A) 95 min (B) 105 min (C) 115 min (D) 165 min (E) 175 min

7. Na figura está representada uma planificação de um prisma triangular. Que aresta fica coincidente com a aresta $[VU]$ quando a planificação é dobrada para reconstituir o prisma?

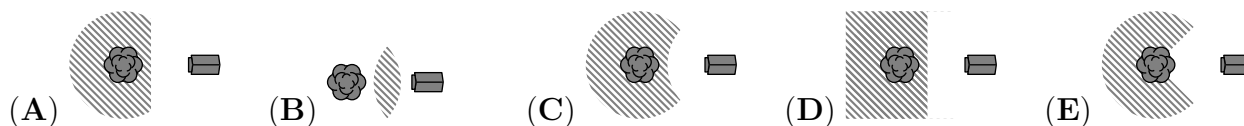
- (A) $[WV]$ (B) $[XW]$
 (C) $[YX]$ (D) $[QR]$
 (E) $[RS]$



8. Os lados de um triângulo medem 6, 10 e 11. Quanto medem os lados de um triângulo equilátero que tenha o mesmo perímetro?

- (A) 18 (B) 11 (C) 10 (D) 9 (E) 6

9. Quando o esquilo Bolota desce da sua árvore até ao chão, não se afasta mais do que 5 metros do tronco da sua árvore. O Bolota fica também a, pelo menos, 5 metros de distância da casota do cão Dentuças. Das figuras seguintes qual representa, de modo mais preciso, a região do chão onde o Bolota se desloca?



10. Um ciclista desloca-se a uma velocidade de 5 metros por segundo numa bicicleta em que cada uma das rodas tem 125 cm de perímetro. Em 5 segundos, quantas voltas completas dá cada uma das rodas da bicicleta?

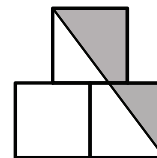
- (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 20 (E) 25

Problemas de 4 pontos

11. Numa turma, quaisquer dois rapazes nasceram em dias da semana diferentes e quaisquer duas raparigas nasceram em meses diferentes. Se vier mais uma criança para esta turma, uma das duas condições anteriores deixará de se verificar. Quantas crianças tem a turma?

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 24 (E) 25

12. Na figura à direita estão representados 3 quadrados com 1 cm de lado. O centro do quadrado de cima está na reta que contém a aresta comum aos dois quadrados de baixo. Qual é a área da região sombreada?



- (A) $\frac{3}{4}$ cm² (B) $\frac{7}{8}$ cm² (C) 1 cm² (D) $\frac{5}{4}$ cm² (E) $\frac{3}{2}$ cm²

13. Na expressão $2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 = 0$ cada asterisco deve ser substituído pelo sinal + ou pelo sinal -. Qual é o menor número de asteriscos que devem ser substituídos por um + de modo a que se obtenha uma afirmação verdadeira?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. Durante uma tempestade caíram 15 litros de chuva por metro quadrado no bairro da Maria. No quintal da Maria há uma piscina cilíndrica que, antes da tempestade, estava cheia até 20 cm do cimo. Quantos centímetros subiu o nível da água desta piscina devido à tempestade?

- (A) 0,15 cm (B) 1,5 cm (C) 15 cm (D) 20 cm
(E) Depende do tamanho da piscina

15. Um arbusto tem dez ramos. Cada ramo tem ou cinco folhas ou duas folhas e uma flor. Dos números seguintes, qual pode representar o número total de folhas que o arbusto tem?

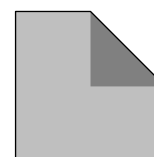


- (A) 45 (B) 39 (C) 37
(D) 31 (E) Nenhum dos anteriores

16. Numa escala de 0 a 10, a média das classificações dos estudantes que fizeram um teste de Matemática foi 6 e exatamente 60% dos alunos passaram no teste. Sabendo que a média das classificações dos estudantes que passaram no teste foi 8, qual foi a média das classificações dos estudantes que não passaram no teste?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. Um canto de um quadrado é dobrado de modo a que um dos vértices do quadrado passe a coincidir com o centro do mesmo, obtendo-se um pentágono irregular, como se mostra na figura. Sabendo que as medidas das áreas do pentágono e do quadrado são números inteiros consecutivos, qual é a medida da área do quadrado?

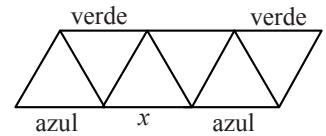


- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16 (E) 32

18. Ao somar os comprimentos de três lados de um retângulo a Raquel obteve 44 cm. Ao somar os comprimentos de três lados do mesmo retângulo o Vítor obteve 40 cm. Qual é o perímetro do retângulo?

- (A) 42 cm (B) 56 cm (C) 64 cm (D) 84 cm (E) 112 cm

19. Na figura estão indicadas as cores de quatro dos treze segmentos unitários representados no diagrama. O Luís quer colorir cada um dos restantes segmentos unitários do diagrama de verde, azul ou vermelho, de tal modo que cada triângulo representado no diagrama tenha exatamente um lado de cada cor. De que cor pode o Luís colorir o segmento assinalado com x ?



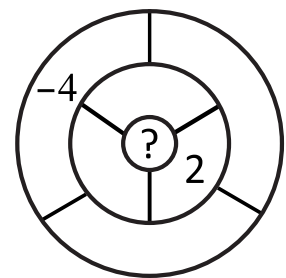
- (A) Apenas de verde (B) Apenas de vermelho (C) Apenas de azul
 (D) De vermelho ou de azul (E) A tarefa é impossível

20. O professor Rui perguntou a cinco dos seus alunos quantos dos cinco tinham estudado na véspera. O António respondeu que nenhum tinha estudado, a Beatriz disse que apenas um tinha estudado, a Carla respondeu que exatamente dois tinham estudado e, tanto o Daniel como o Eduardo, disseram que exatamente quatro tinham estudado. O professor sabe que os alunos que não estudaram na véspera estão a mentir, enquanto que os que estudaram estão a dizer a verdade. Quantos dos cinco alunos estudaram na véspera?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Problemas de 5 pontos

21. A Rita quer escrever um número em cada uma das sete regiões que estão demarcadas no maior dos círculos da figura. Duas destas regiões são vizinhas se têm pontos em comum. No final, o número escrito em cada uma das sete regiões deve ser a soma dos números escritos nas regiões vizinhas. A Rita já escreveu dois dos números, como se mostra na figura. Que número deve ela escrever na região assinalada com o ponto de interrogação?

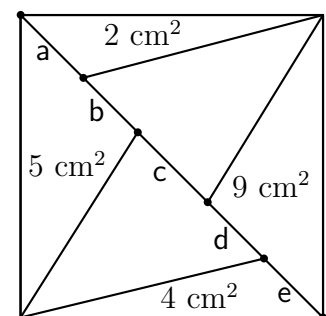


- (A) 1 (B) -2 (C) 6 (D) -4 (E) 0

22. Em cada um de cinco cartões está escrito um número natural. O Pedro calculou a soma dos números em qualquer par de cartões e obteve apenas três totais distintos: 57, 70 e 83. Qual é o maior dos números escritos nos cartões?

- (A) 35 (B) 42 (C) 48 (D) 53 (E) 82

23. Um quadrado com 30 cm^2 de área foi dividido em seis triângulos, todos com um dos lados sobre uma das diagonais do quadrado inicial, como se mostra na figura. As áreas de quatro destes triângulos são as indicadas na figura. Qual das partes seguintes da diagonal do quadrado é a maior?

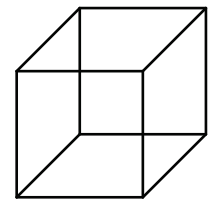


- (A) a (B) b
 (C) c (D) d
 (E) e

24. Num grupo de cangurus, os dois mais leves pesam, em conjunto, 25% do peso do grupo e os três mais pesados pesam, em conjunto, 60% do peso do grupo. Quantos cangurus há no grupo?

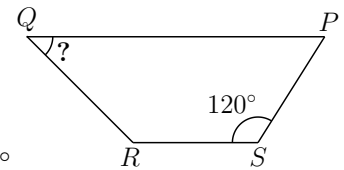
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 15 (E) 20

25. O Manuel tem sete pedaços de arame com comprimentos 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm e 7 cm. O Manuel quer usar alguns destes pedaços para construir a estrutura de um cubo, com arestas de comprimento 1 cm, sem cortar nem sobrepor nenhum dos pedaços de arame. No mínimo, quantos destes pedaços de arame tem o Manuel de utilizar?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. No trapézio $[PQRS]$, os lados $[QP]$ e $[RS]$ são paralelos. Além disso, $\widehat{PSR} = 120^\circ$ e $\overline{RS} = \overline{SP} = \frac{1}{3}\overline{QP}$. Qual é a amplitude de $\angle RQP$?



- (A) 15° (B) $22,5^\circ$ (C) 25°
(D) 30° (E) 45°

27. Sobre uma reta estão marcados cinco pontos. O Alexandre calculou todas as possíveis distâncias entre dois desses cinco pontos e obteve, por ordem crescente: 2, 5, 6, 8, 9, k , 15, 17, 20 e 22. Qual é o valor de k ?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

28. Ontem, ao registar o número de telefone do Francisco, apenas inseri 6 dos 7 algarismos do número. Não faço ideia de qual é o algarismo de que me esqueci nem de qual é a sua posição no número. Sabendo que um número de telefone pode começar com um zero, quantas são as possíveis hipóteses de que disponho para o número de telefone do Francisco?

- (A) 55 (B) 60 (C) 64 (D) 70 (E) 80

29. A Sofia dividiu 2015 por todos os números naturais de 1 a 1000, inclusive. Qual é o maior dos restos obtidos pela Sofia?

- (A) 15 (B) 215 (C) 671
(D) 1007 (E) Nenhum dos anteriores

30. Pretendemos colorir cada número natural cumprindo as três regras seguintes: (i) Cada número natural é azul ou vermelho; (ii) A soma de quaisquer dois números vermelhos diferentes é um número vermelho; (iii) A soma de quaisquer dois números azuis diferentes é um número azul. De quantas maneiras diferentes pode isto ser feito?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6
(E) De mais do que seis maneiras