

Canguru Matemático sem Fronteiras 2016

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

- A média de 4 números é 9. Qual é o quarto número se 5, 9 e 12 forem os outros três?
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 36
- Qual dos seguintes números está mais próximo de $\frac{17 \times 0,3 \times 20,16}{999}$?
(A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100
- A Rute respondeu a todas as 30 questões de um teste e cada resposta ou está certa ou está errada. A Rute tem 50% mais resposta certas do que respostas erradas. Quantas respostas certas tem a Rute?
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20
- Num referencial cartesiano ortonormado, quatro dos seguintes pontos são vértices de um quadrado. Qual dos pontos seguintes não é vértice desse quadrado?
(A) $(-1; 3)$ (B) $(0; -4)$ (C) $(-2; -1)$ (D) $(1; 1)$ (E) $(3; -2)$
- O resto da divisão do número natural n por 6 é igual a 3. Qual é o resto da divisão de $3n$ por 6?
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0
- A quantas semanas correspondem 2016 horas?
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16



7. O Lucas ainda não aprendeu a escrever os números inteiros negativos, por isso inventou uma maneira especial para os representar. Ele escreve os números contando-os para trás da seguinte forma: ... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ... Usando a sua notação, qual será o resultado de $000 + 0000$?

- (A) 1 (B) 00000 (C) 000000 (D) 0000000 (E) 00000000

8. A Francisca tem dois dados pouco usuais: nas faces de cada dado estão representados os números 2, 4, 6, -1 , -3 e -5 (em vez de 1, 3 e 5, como é habitual). Se ela lançar simultaneamente os dois dados, qual dos seguintes valores não se consegue obter como soma dos números representados nas duas faces superiores?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

9. O João escreveu a palavra ORAM numa folha de papel. Qual é o menor número de trocas de duas letras adjacentes dessa palavra que o João tem de fazer para obter a palavra AMOR?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. O Pedro escreveu no quadro cinco números inteiros positivos diferentes com um só algarismo cada. Depois descobriu que a soma de dois quaisquer desses números nunca é igual a 10. Qual dos seguintes números está de certeza escrito no quadro?

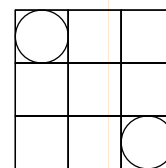
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Problemas de 4 pontos

11. Suponhamos que $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Qual dos números a , b , c ou d é o maior?

- (A) a (B) b (C) c
(D) d (E) É impossível determinar

12. Uma tabela 3×3 está dividida em nove quadrados de lados unitários. Em dois destes quadrados foram inscritas duas circunferências, conforme se pode ver na figura ao lado. Qual é a distância entre as duas circunferências?



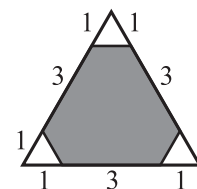
- (A) $2\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2} + 1$ (C) $2\sqrt{2}$
(D) 2 (E) 3

13. Relativamente a um torneio de xadrez, que decorreu no sistema de quem perde um jogo é eliminado da competição, conhecem-se seis dos sete resultados dos quartos-de-final, das meias-finais e da final (não necessariamente por esta ordem): a Berta ganhou à Ana, a Célia ganhou à Diana, a Graça ganhou à Helena, a Graça ganhou à Célia, a Célia ganhou à Berta e a Ema ganhou à Filipa. Que resultado falta?

- (A) A Graça ganhou à Berta (B) A Célia ganhou à Ana (C) A Ema ganhou à Célia
(D) A Berta ganhou à Helena (E) A Graça ganhou à Ema

14. Qual é a percentagem da área do triângulo da figura que está pintada a cinzento?

- (A) 80% (B) 85% (C) 88%
 (D) 90% (E) É impossível determinar



15. A Maria está a construir um quadrado mágico multiplicativo com os números 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 e 100. O produto dos números em cada linha, em cada coluna e em cada uma das diagonais deve ser o mesmo. Na figura podemos ver que ela já colocou dois desses números. Que número deve colocar na posição assinalada com o ponto de interrogação?

20	1	
		?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10 (E) 25

16. O João quer juntar seis tubos cilíndricos de diâmetro 2 cm usando uma tira de borracha. As duas únicas hipóteses de juntar os tubos que o João considerou, são as ilustradas nas figuras abaixo.



Relativamente aos comprimentos das tiras de borracha representadas nas figuras, podemos afirmar que:

- (A) o da tira da figura da esquerda é menor em π cm
 (B) o da tira da figura da esquerda é menor em 4 cm
 (C) o da tira da figura da direita é menor em π cm
 (D) o da tira da figura da direita é menor em 4 cm
 (E) têm o mesmo comprimento

17. Distribuámos os números 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 por oito envelopes idênticos, ficando cada envelope com um único número. A Eva escolheu alguns desses envelopes e a Anita ficou com os restantes. Cada uma das meninas somou os números que estavam nos seus envelopes e a Eva verificou que a sua soma era 31 unidades superior à soma da Anita. Quantos envelopes escolheu a Eva?

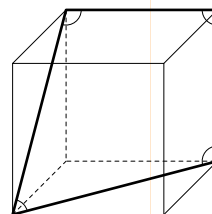
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. O Pedro quer colorir as células de uma tabela 3×3 de tal modo que as três células de cada linha, de cada coluna e de cada uma das diagonais tenham três cores diferentes. Qual é o menor número de cores que o Pedro pode utilizar?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. Qual é a soma das amplitudes dos ângulos assinalados no cubo da figura ao lado?

- (A) 315° (B) 330°
 (C) 345° (D) 360°
 (E) 375°



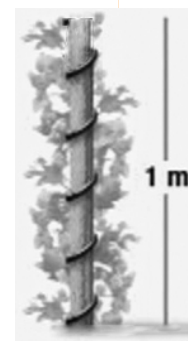
20. Numa reserva natural existem 2016 cangurus, uns cinzentos e outros vermelhos e há pelo menos um canguru de cada cor. Para cada canguru C calculámos o quociente entre o número de cangurus de cor diferente da do canguru C e o número de cangurus com a mesma cor de C (incluindo C). Qual é a soma de todos estes 2016 quocientes?

- (A) 2016 (B) 1344 (C) 1008
 (D) 672 (E) Precisamos de mais informação para responder

Problemas de 5 pontos

21. Uma planta cresceu enrolando-se cinco vezes a um tronco cilíndrico, como se pode ver na figura, com 1 m de altura e 15 cm de perímetro da base. Conforme a planta vai crescendo, a sua altura aumenta a uma taxa constante. Qual é o comprimento da planta?

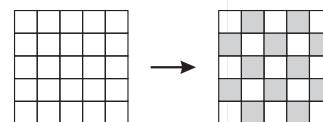
- (A) 0,75 m (B) 1,0 m
 (C) 1,25 m (D) 1,5 m
 (E) 1,75 m



22. Qual é o maior resto que se pode obter quando se divide um número de dois algarismos pela soma dos seus algarismos?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

23. O Afonso está a jogar um jogo que consiste em colorir as 25 células de um tabuleiro 5×5 usando as cores branca e cinzenta. Inicialmente todas as células estão brancas, como se pode ver na figura da esquerda. Em cada movimento do jogo é permitido mudar a cor a duas células vizinhas (células vizinhas são aquelas que têm em comum uma aresta), isto é, se são brancas passam a cinzentas, se são cinzentas passam a brancas. Qual é o menor número de movimentos necessários para obter a coloração em xadrez que se pode ver na figura da direita?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

24. Um barco a motor, deslocando-se a uma velocidade constante, demora 4 horas a descer um rio do ponto X até ao ponto Y e demora 6 horas a subir o rio de Y até X . Quantas horas irá demorar um tronco de madeira arrastado pela corrente a ir de X para Y , supondo que não é atrasado por nenhum obstáculo?

- (A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

25. Na República do Canguru cada mês tem 40 dias, numerados de 1 a 40. São feriados os dias cujo número é divisível por 6 e os dias com número primo. Quantas vezes num mês há um só dia de trabalho entre dois feriados?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Duas das alturas de um triângulo são iguais a 10 cm e a 11 cm. Qual dos seguintes valores não pode ser a outra altura do triângulo?

- (A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 10 cm (E) 100 cm

27. O Jaime escreveu quatro números naturais consecutivos. Depois calculou as quatro possíveis somas que obteria se somasse três desses inteiros. Nenhuma dessas somas deu um número primo. Qual é o menor número natural que o Jaime pode ter escolhido?

- (A) 12 (B) 10 (C) 7 (D) 6 (E) 3

28. Quatro desportistas (homens e mulheres) - um(a) esquiador(a), um(a) patinador(a), um(a) jogador(a) de hóquei e um(a) tenista - jantaram juntos numa mesa redonda de 4 lugares. O(A) esquiador(a) sentou-se à esquerda da Anabela. O(A) patinador(a) sentou-se em frente ao Bernardo. A Eduarda e o Filipe sentaram-se um ao lado do outro. Uma das mulheres sentou-se à esquerda do(a) jogador(a) de hóquei. Que desporto é praticado pela Eduarda?

- (A) Patinagem (B) Esqui (C) Hóquei
(D) Ténis (E) É impossível determinar com a informação dada

29. As datas podem ser escritas na forma DD-MM-AAAA. Por exemplo, a data oficial da prova Canguru Matemático deste ano é 17-03-2016. Uma data diz-se “surpreendente” se os oito algarismos que a compõem são todos diferentes. Em que mês vai acontecer a próxima data “surpreendente”?

- (A) Março (B) Junho (C) Julho (D) Agosto (E) Dezembro

30. Numa conferência os 2016 participantes foram registados de P1 a P2016. Cada participante de P1 a P2015 apertou a mão a exatamente o mesmo número de participantes que o seu número de registo. Quantos apertos de mão deu o participante com a identificação P2016?

- (A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015