

Canguru Matemático sem Fronteiras 2022

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

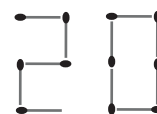
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada resposta correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada resposta errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. A Carlota está a desenhar o número 2022 usando fósforos de uma caixa. Sabemos que a caixa tem inicialmente 30 fósforos e que a Carlota já completou dois algarismos, como ilustrado no diagrama ao lado. Quantos fósforos da caixa sobrarão depois da Carlota completar o desenho do número 2022?

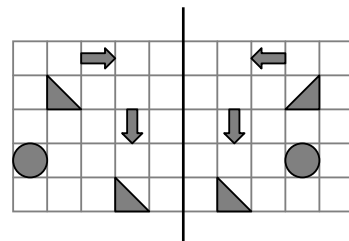


- (A) 20 (B) 19 (C) 10 (D) 9 (E) 5

2. Um triângulo equilátero de lado 12 tem o mesmo perímetro que um quadrado de lado x . Qual é o valor de x ?

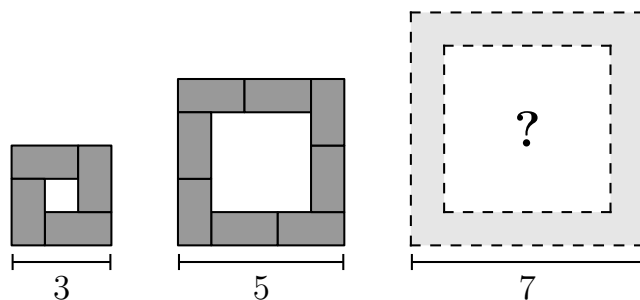
- (A) 9 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 36

3. Numa folha de papel estão desenhadas algumas figuras geométricas, como na figura ao lado. O professor dobrou a folha ao meio pela linha vertical indicada na figura. Quantas figuras do lado esquerdo da linha ficaram sobrepostas com alguma figura do lado direito?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5

4. A Catarina posicionou mesas de dimensões 2×1 de acordo com o número de participantes numa reunião. Os diagramas da figura ao lado mostram a vista por cima da disposição das mesas em forma de quadrado para uma reunião pequena, média e grande, com lados 3, 5 e 7, respetivamente. Quantas mesas são necessárias para uma reunião grande?



- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14 (E) 16

5. Na tabela da figura ao lado temos ilustrada uma matriz multiplicativa. O número em cada posição da tabela é obtido multiplicando os valores indicados para a linha e coluna correspondentes. Sabemos que x e y são ambos inteiros positivos e que x é maior do que y . Qual é o valor de x ?

	x	$x+1$
y		
$y+1$		77

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 11



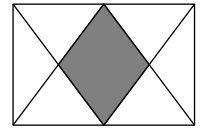


6. O número x é menor do que a sua metade e maior do que o seu dobro. A soma de x com o seu quadrado é zero. Que número é x ?

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

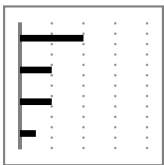
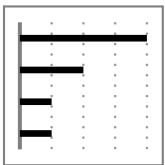

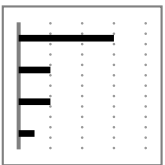
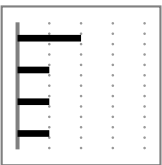
7. No retângulo ilustrado na figura ao lado, os pontos médios dos lados maiores estão ligados por segmentos de reta aos quatro vértices. Que fração da área do retângulo está a sombreado?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{5}$



8. O diagrama da figura ao lado mostra em proporção quanto tempo a Nádia passou em cada aplicação do seu telemóvel na semana passada. Esta semana a Nádia despendeu exatamente o mesmo tempo que na semana passada com duas das aplicações, mas só metade do tempo com as outras duas. Qual dos diagramas abaixo pode ser o correspondente a esta semana?



- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

9. Há cinco candidatos nas eleições para a presidência da associação de estudantes de uma escola. Depois de 90% dos votos contados, os resultados preliminares são os seguintes:

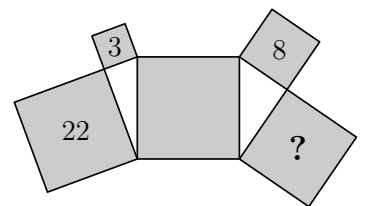
Ana	Carla	Bruno	Mara	Diana
14	11	10	8	2

Quantos destes candidatos ainda têm hipótese de ganhar as eleições?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. Cinco quadrados e dois triângulos retângulos estão dispostos como ilustrado na figura ao lado. Os números 3, 8 e 22 dentro de três dos quadrados indicam as medidas das respectivas áreas em metros quadrados. Qual é a área do quadrado com o ponto de interrogação?

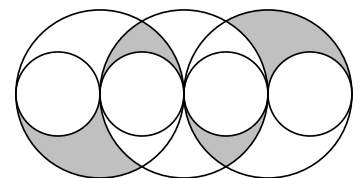
- (A) 14 m^2 (B) 15 m^2 (C) 16 m^2 (D) 17 m^2 (E) 18 m^2



Problemas de 4 pontos

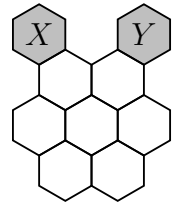
11. O diagrama na figura ao lado ilustra três circunferências maiores com o mesmo raio e quatro circunferências menores com o mesmo raio. Os centros de todas as circunferências e os pontos de contacto entre as circunferências menores e maiores estão todos sobre a mesma reta. Sabemos que o raio de cada circunferência menor é 1 cm. Qual é a área da região a sombreado?

- (A) $\pi \text{ cm}^2$ (B) $2\pi \text{ cm}^2$ (C) $3\pi \text{ cm}^2$ (D) $4\pi \text{ cm}^2$ (E) $6\pi \text{ cm}^2$





12. Numa plataforma constituída por hexágonos, como ilustrada na figura ao lado, a Mariana move-se do hexágono X para o hexágono Y . Em cada passo, ela pode passar de um hexágono para outro apenas se estes tiverem uma aresta em comum. Quantos percursos diferentes existem de X para Y passando por cada um dos hexágonos brancos exatamente uma vez?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 6

13. Seis irmãos têm idades que constituem seis números inteiros consecutivos. Perguntámos a cada um dos irmãos a seguinte questão: “Qual é a idade do teu irmão mais velho?”. Qual dos seguintes números **não** pode ser a soma das seis respostas?

- (A) 95 (B) 125 (C) 167 (D) 205 (E) 233

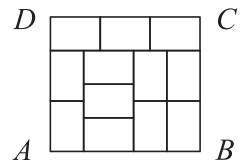
14. A Eva coloca 2022 azulejos numa longa fila. O Filipe remove o azulejo de cada posição múltipla de seis ao longo da fila. Depois a Beatriz remove o azulejo de cada posição múltipla de cinco da fila de azulejos remanescente. Do que sobra, a Carla retira o azulejo de cada posição múltipla de quatro. Por fim, o Daniel retira os azulejos restantes. Quantos azulejos é que o Daniel retirou?

- (A) 0 (B) 337 (C) 674 (D) 1011 (E) 1348

15. Três crianças perguntaram à sua avó que idade tinha. No entanto, ela pediu-lhes que tentassem adivinhar a sua idade. Uma das crianças disse que a avó tinha 75 anos, outra disse que tinha 78 anos, e outra disse que tinha 81 anos. A avó disse-lhes que uma das respostas estava errada por 1 ano, outra das respostas estava errada por 2 anos e outra das respostas estava errada por 4 anos. Qual é a idade da avó?

- (A) 76 (B) 77 (C) 79 (D) 80
(E) Não se consegue determinar com exatidão

16. O diagrama na figura ao lado mostra um retângulo $[ABCD]$ dividido em 12 retângulos geometricamente iguais. Qual é o valor da fração $\frac{AD}{DC}$?

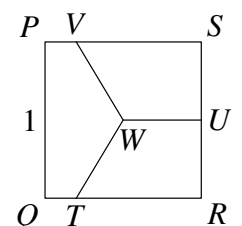


- (A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{9}{8}$

17. Um coelho e um texugo fizeram uma corrida num percurso circular de 550 m. Ambos começaram ao mesmo tempo e correram a velocidades constantes. A velocidade do coelho foi de 10 m/s e a do texugo foi de 1 m/s. No entanto, o texugo correu no sentido contrário ao do coelho. Quando se encontraram, o texugo imediatamente inverteu o sentido e começou a correr atrás do coelho. Quanto tempo após o coelho ter terminado uma primeira volta chegou o texugo ao ponto de partida?

- (A) 45 s (B) 50 s (C) 55 s (D) 100 s (E) 505 s

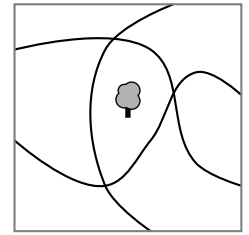
18. O diagrama na figura ao lado mostra um quadrado $[PQRS]$ com medida de lado 1. O ponto médio do lado $[RS]$ está denotado por U e o centro do quadrado é marcado por W . Os segmentos $[TW]$, $[UW]$ e $[VW]$ dividem o quadrado em três regiões de área igual. Qual é a medida do comprimento do lado $[SV]$?



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

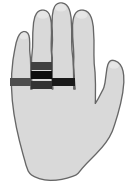


19. Há três percursos que passam pelo parque da cidade. Uma árvore está plantada no centro do parque como ilustrado na figura. Qual é o menor número de árvores que precisam de ser plantadas para que exista o mesmo número de árvores em ambos os lados de cada percurso?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5

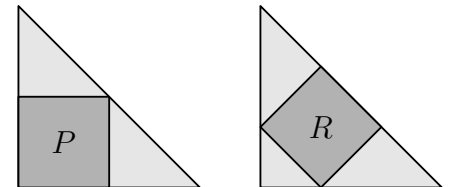
20. A Verónica tem cinco anéis nos seus dedos, como ilustrado na figura ao lado. Ela retira os anéis, um de cada vez. Procedendo deste modo, de quantas maneiras diferentes é que a Verónica consegue retirar os anéis?



- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 45

Problemas de 5 pontos

21. Dois triângulos retângulos isósceles geometricamente iguais têm um quadrado inscrito, como ilustrado na figura ao lado. O quadrado denotado por P tem medida de área igual a 45. Qual é a medida da área do quadrado denotado por R ?



- (A) 35 (B) 40 (C) 45 (D) 50 (E) 60

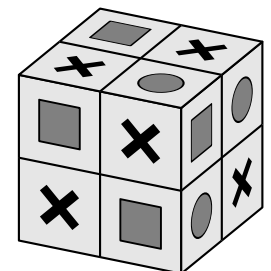
22. Oito equipas participam num torneio de futebol. Cada equipa joga uma contra a outra exatamente uma vez. Em cada jogo, o vencedor ganha 3 pontos e o vencido não ganha pontos. Em caso de empate cada equipa ganha 1 ponto. No fim do torneio o número total de pontos ganho por todas as equipas é 61. Qual é o maior número de pontos que o campeão pode ter obtido?

- (A) 21 (B) 19 (C) 18 (D) 17 (E) 16

23. Um grupo de piratas dividiu 200 moedas de ouro e 600 moedas de prata entre eles. Cada oficial recebeu 5 moedas de ouro e 10 de prata. Cada marinheiro recebeu 3 moedas de ouro e 8 de prata. Cada rapaz de cabine recebeu 1 moeda de ouro e 6 de prata. Quantos piratas tem o grupo?

- (A) 50 (B) 60 (C) 72 (D) 80 (E) 90

24. Cada face de um cubo $2 \times 2 \times 2$ está dividido em quatro quadrados geometricamente iguais. Cada um destes quadrados tem inscrito uma figura: um círculo, um quadrado ou um \times . Se dois quadrados partilham um lado então têm figuras diferentes. A figura ao lado ilustra uma destas possíveis configurações. Qual das seguintes combinações de formas é possível num cubo como o descrito?



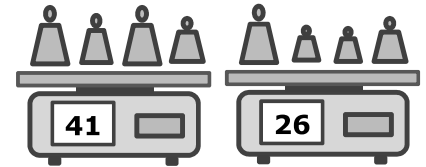
- (A) 6 círculos, 8 quadrados e o resto serem \times 's
(B) 7 círculos, 8 quadrados e o resto serem \times 's
(C) 5 círculos, 8 quadrados e o resto serem \times 's
(D) 7 círculos, 7 quadrados e o resto serem \times 's
(E) Nenhuma das anteriores



25. Os habitantes de uma cidade falam apenas usando questões. Há dois tipos de habitantes: os “positivos”, que fazem questões para que a resposta seja sempre positiva, e os “negativos”, que fazem questões para que a resposta seja sempre negativa. Encontramos a Berta e o Roberto, e a Berta perguntou-nos: “O Roberto e eu somos ambos habitantes negativos?”. Que tipo de habitantes são o Roberto e a Berta?

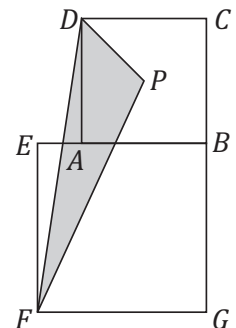
- (A) Ambos “positivos” (B) Ambos “negativos”
 (C) O Roberto é “positivo” e a Berta é “negativa” (D) O Roberto é “negativo” e a Berta é “positiva”
 (E) Não há informação suficiente para decidir

26. Uma mercearia tem doze pesos correspondentes aos números inteiros de 1 a 12 kg. Os pesos são separados em três grupos de quatro pesos cada. O peso total do primeiro grupo é de 41 kg e o segundo é de 26 kg. Qual dos seguintes pesos está no mesmo grupo do que o peso de 9 kg?



- (A) 3 kg (B) 5 kg (C) 7 kg (D) 8 kg (E) 10 kg

27. O comprimento das diagonais dos quadrados $[ABCD]$ e $[EFGB]$ são 7 cm e 10 cm, respectivamente. O ponto P é a interseção das diagonais do quadrado $[ABCD]$. Qual é a área do triângulo $[FPD]$?

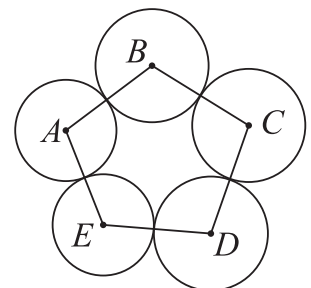


- (A) $14,5 \text{ cm}^2$ (B) 15 cm^2
 (C) $15,75 \text{ cm}^2$ (D) $16,5 \text{ cm}^2$
 (E) $17,5 \text{ cm}^2$

28. O inteiro positivo N é tal que o produto dos seus algarismos é 20. Qual dos seguintes números não pode ser o produto dos algarismos de $N + 1$?

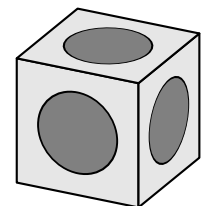
- (A) 40 (B) 30 (C) 25 (D) 35 (E) 24

29. Cinco círculos com centros A, B, C, D e E são dispostos como ilustrado no diagrama, onde os segmentos entre os centros dos círculos tangentes formam um pentágono. Sabe-se que: $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 14 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 17 \text{ cm}$, $\overline{DE} = 13 \text{ cm}$ e $\overline{AE} = 14 \text{ cm}$. Qual é o centro correspondente ao círculo de maior raio?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

30. Em cada lado de um cubo é cravado um buraco na forma de semi-esfera. As semi-esferas são geometricamente iguais e estão centradas no centro de cada face. Cada semi-esfera toca cada uma das suas semi-esferas vizinhas em apenas um ponto. O lado do cubo mede 2 cm. Qual é o diâmetro de cada semi-esfera?



- (A) 1 cm (B) 2 cm (C) $\sqrt{2} \text{ cm}$ (D) $\frac{3}{2} \text{ cm}$ (E) $\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ cm}$