



# XX CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2013



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

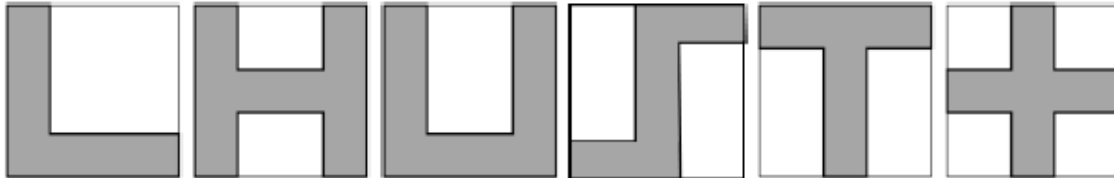
**Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos**

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.**

**1**

María dibuja seis cuadrados iguales, cada uno de los cuales contiene una parte gris



¿Cuántas de estas partes grises tienen un perímetro igual al perímetro de uno de los cuadrados?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

**2**

Si  $3^x = a$  y  $a^y = 81$ , el producto  $xy$  vale

- A) 4                      B) 3                      C) 12                      D) 0                      E) 1

**3**

¿En cuántos ceros termina el producto  $201325 \times 201326 \times 201317$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) 8

**4**

Sean  $p$  y  $q$  dos números primos tales que  $p^2 + q^2 = 365$ . ¿Cuánto vale  $p + q$ ?

- A) 20                      B) 21                      C) 22                      D) 23                      E) 24

**5**

Si  $x = 2^{2013}$ , entonces  $x - \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$  es igual a

- A) -1                      B) 1                      C)  $2^{2013}$                       D) 0                      E)  $2^{-2013}$

**6**

En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, en la prueba de natación de 100 m estilo libre, el ganador fue Nathan Adrian en 47,52 segundos; seguido de James Magnussen con 47,53 segundos. ¿Qué distancia separó al segundo del primero cuando éste llegó a la meta?

- A) 2,1 mm                      B) 2,1 dm                      C) 2,1 cm                      D) 2,1 m                      E) 21 m

**7**

Sopla un fuerte viento del Sur. Un avión vuela de Amsterdam a París a 700 km/h. Otro avión hace el recorrido París- Amsterdam (en diferente pasillo aéreo) a 900 km/h. El primer avión hace el trayecto en 36 minutos. ¿Cuánto tarda el otro en hacer el suyo?

- A) 18 minutos                      B) 20 minutos                      C) 25 minutos                      D) 28 minutos                      E) 36 minutos

**8**

32 jugadores de tenis juegan un torneo. En la primera ronda, 16 de ellos juegan contra los otros 16. Los que pierden son eliminados. En la segunda ronda, 8 ganadores de la primera se enfrentan a los otros 8 ganadores de la primera. Los ganadores de esta ronda juegan los cuartos de final, los ganadores la semifinal y los ganadores, la final. ¿Cuál es el promedio de partidos por cada jugador?

- A)  $\frac{31}{32}$                       B) 1                      C)  $\frac{3}{2}$                       D)  $\frac{31}{16}$                       E) 2

**9**

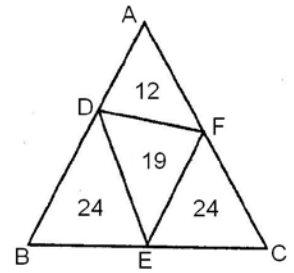
Un tejado rectangular, de 11 m de largo por 6 m de ancho, está cubierto por una capa de nieve de 25 cm de altura. ¿Cuántos  $m^3$  de nieve han caído sobre el tejado?

- A)  $8,25 m^3$       B)  $66 m^3$       C)  $825 m^3$       D)  $1650 m^3$       E)  $16,5 m^3$

**10**

Tal como se indica en la figura, los perímetros de los triángulos ADF, DBE, DEF y FEC son 12, 24, 19 y 24 cm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

- A) 38      B) 41      C) 43      D) 47      E) 49

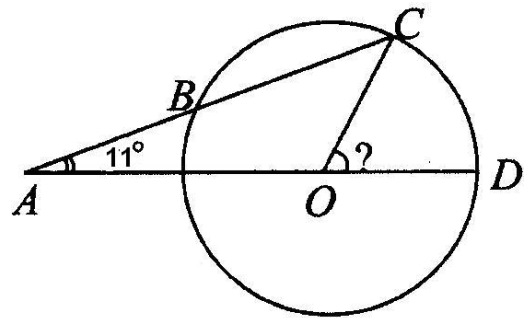


**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

**11**

En la figura, el ángulo CAD es  $11^\circ$ ,  $AB = OC$ , y O es el centro de la circunferencia. Hallar el ángulo COD.

- A)  $30^\circ$       B)  $33^\circ$       C)  $35^\circ$       D)  $40^\circ$       E)  $45^\circ$

**12**

En el país X, las placas de matrícula de automóviles se componen de 2 cifras seguidas de 4 letras, en ese orden. La primera cifra no puede ser 0 y las cifras y letras pueden repetirse. ¿Cuántas placas hay formadas con las cifras y letras de MATHS 2013?

- A) 20      B) 33      C) 1440      D) 7500      E) 10000

**13**

El número 2013 tiene la propiedad de que la cifra de sus unidades es igual a la suma de las tres anteriores (decenas, centenas y unidades de mil). En el actual milenio (que empezó en 2001 y terminará en 3000), ¿cuántos años tienen esta propiedad?

- A) 24      B) 36      C) 27      D) 64      E) 48

**14**

A y B juegan de la siguiente manera. A dice un entero positivo, a. B dice el mayor divisor b de a (distinto de a); a continuación A dice el mayor divisor c de b (diferente de b), y así sucesivamente. Gana el primero que diga un número primo. ¿Cuál de los siguientes números le permite a A estar seguro de ganar el juego?

- A) 60      B) 64      C) 72      D) 84      E) Ninguno de los anteriores

**15**

Sobre la superficie de un globo terráqueo se han dibujado 10 paralelos y 10 meridianos (semicírculos que van de un polo al otro). ¿En cuántas partes ha quedado dividida la superficie esférica?

- A) 81      B) 90      C) 100      D) 110      E) 121

**16**

Los enteros m y n verifican  $(6 - m)(6 + n) = 12$ . ¿Cuántos valores puede tomar m?

- A) 6      B) 7      C) 12      D) 13      E) Ninguno de los anteriores

17

El logotipo de la compañía GEO es un círculo de color rojo de radio 4 cm con un cuadrado blanco inscrito en el círculo. Aproximadamente, el área coloreada es

- A)  $18 \text{ cm}^2$
- B)  $16 \text{ cm}^2$
- C)  $14 \text{ cm}^2$
- D)  $9 \text{ cm}^2$
- E)  $5 \text{ cm}^2$

18

En las casillas de un tablero 5 x 5 hay escritos enteros de manera que los números en casillas adyacentes difieren en 1. Se sabe que los números 3 y 11 están escritos en el tablero. ¿Cuántos números diferentes hay escritos?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10
- E) 11

19

Un cuadrilátero convexo y un triángulo se intersecan. ¿Cuál es el mayor número de lados que puede tener el polígono intersección?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 3
- E) 7

20

En el mapa de Inglaterra de mi atlas, que está a escala 1: 1 800 000, el punto que representa Oxford está a 6 cm del punto que representa Cambridge. ¿Cuál es la distancia de Oxford a Cambridge, con un margen de error de 10 km?

- A) 20 km
- B) 90 km
- C) 160 km
- D) 110 km
- E) 200 km

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

21

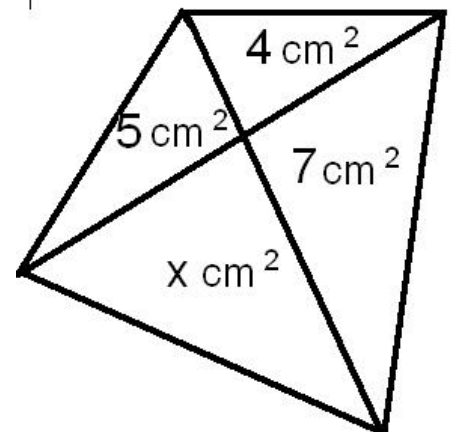
En el salón masculino de una peluquería, el peluquero tarda 12 minutos en cortar el pelo de un chico y 20 en cortar el pelo de un adulto. Hoy ha trabajado 8 horas sin descansar, y ha cortado el pelo a, por lo menos, 7 chicos. A lo sumo, ¿a cuántos adultos ha cortado el pelo?

- A) 10
- B) 17
- C) 18
- D) 24
- E) 40

22

El cuadrilátero de la figura está dividido por sus diagonales en 4 triángulos, tres de los cuales tienen las áreas que para cada uno se indica. ¿Cuánto mide el área x del cuarto triángulo?

- A) 6
- B) 7
- C)  $\frac{20}{7}$
- D)  $\frac{28}{5}$
- E)  $\frac{35}{4}$

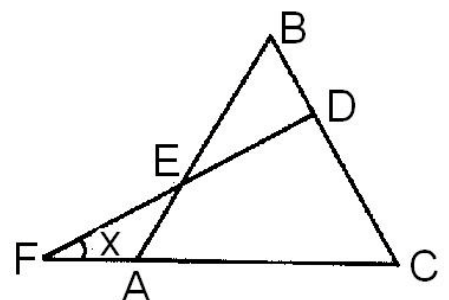


23

ABC es un triángulo equilátero y  $AE = BD = AB/3$ .

La medida del ángulo DFC es

- A)  $10^\circ$
- B)  $15^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $60^\circ$



**24**

Las estadísticas afirman que 1 de cada 14 personas que han terminado un Máster en Matemáticas, no encuentra trabajo a los 6 meses de haber terminado el Máster. Sea  $p$  el porcentaje de personas que obtienen trabajo dentro de los 6 meses después de terminar el Máster en Matemáticas. La cifra de la parte decimal que ocupa el lugar 2013 en el desarrollo decimal de  $p$  es

- A) 7                      B) 1                      C) 4                      D) 2                      E) 5

**25**

Se dan los cinco números  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$ ,  $a_3 = -1$ ,  $a_4 = 1$ ,  $a_5 = -1$ . El sexto término de esta sucesión es el producto de los dos primeros; el séptimo es el producto del segundo por el tercero; el octavo es el producto del tercero por el cuarto, y así sucesivamente. ¿Cuánto vale la suma  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2013}$ ?

- A) -1006                      B) -671                      C) 0                      D) 671                      E) 1007

**26**

Hay una fila de 2013 loros, que están hablando, uno detrás de otro. El primero dice: *El segundo loro es verde*. El segundo dice: *El tercer loro es verde*, ..... El loro número 2011 dice: *El loro 2012 es verde*. El loro 2012 dice: *El loro 2013 es un hipopótamo azul*. El loro 2013 dice: *¡Yo no soy un hipopótamo azul!* Se sabe que todos los loros verdes mienten, y que todos los loros que mienten, son verdes. ¿Cuántos loros verdes hay en la fila?

- A) 1                      B) 2                      C) 1006                      D) 1007                      E) 2013

**27**

En una clase de 30 alumnos en un país imaginario, sólo 12 de ellos tienen teléfono móvil. Durante las vacaciones, los que no tienen teléfono móvil envían postales de felicitación a todos sus compañeros, y los que sí lo tienen, envían sms de felicitación a quienes lo tienen, y postales a quienes no lo tienen. ¿Cuántas postales se han enviado en total?

- A) 132                      B) 216                      C) 522                      D) 738                      E) 900

**28**

¿Cuál es el máximo número de términos que es posible disponer en sucesión, de manera que la suma de tres términos consecutivos cualesquiera sea negativa y la suma de 5 términos consecutivos cualesquiera sea positiva?

- A) 5                      B) 6                      C) 8                      D) 10                      E) Es imposible cumplir las condiciones

**29**

Llamamos  $S(n)$  a la suma de las cifras del número  $n$ . Entonces, la suma alternada

$$S(1) - S(2) + S(3) - S(4) + \dots + S(2011) - S(2012) + S(2013) \quad \text{vale}$$

- A) 0                      B) 1006                      C) 1007                      D) 2013                      E) -1

**30**

Ocho equipos juegan un torneo de volleyball (en cuyos partidos no hay empates), todos contra todos, a una vuelta. Al ver la clasificación final, hay 5 equipos con  $k$  victorias cada uno. ¿Cuál es el mayor valor posible de  $k$ ?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 7