



# XXIV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2017

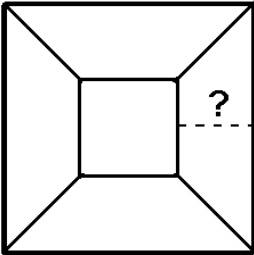


Nivel 4 (4º de ESO)

Día 16 de marzo de 2017. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

## Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una

- 1** El nombre en castellano de algunos números tiene un número de letras igual al número que representan (por ejemplo, CINCO tiene 5 letras). ¿Cuántos números, entre 0 y 2017, tienen esta propiedad?
- A) Ninguno      B) Uno      C) Dos      D) Tres      E) Más de tres
- 2** Dibujo un triángulo rectángulo que tiene dos de sus ángulos iguales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- A) Un cateto es igual a la hipotenusa      B) El triángulo tiene dos ángulos de  $60^\circ$   
C) Dos de sus alturas son iguales      D) Es un triángulo equilátero  
E) Ninguna de las anteriores afirmaciones es cierta.
- 3** Las longitudes de los lados de un triángulo son  $c = 6$ ,  $b = 8$  y  $a = 10$ . ¿Cuál es la distancia desde el vértice A al punto medio del lado opuesto?
- A)  $2\sqrt{6}$       B)  $2\sqrt{3}$       C)  $3\sqrt{2}$       D) 5      E) 7
- 4** El cuadrado grande de la figura tiene un área de  $25 \text{ dm}^2$  y el pequeño, de  $4 \text{ dm}^2$ . ¿Cuánto vale la altura, en dm, de cada uno de los trapecios de la figura?
- A) 1,5      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6
- 
- 5** ¿Cuántos números naturales A tienen la propiedad de que exactamente uno de los números A ó  $A + 10$  es un número de 3 cifras?
- A) 0      B) 9      C) 10      D) 19      E) 20
- 6** ¿Cuántos números diferentes de 4 cifras se pueden formar con las cifras de 2017?
- A) 6      B) 9      C) 16      D) 18      E) 24
- 7** La escala de un mapa es  $1/50000$ . La distancia entre el punto de partida y el de destino es 18 cm en el mapa. ¿Cuánto se tardará en llegar, si la velocidad media que desarrolla el caminante es 6 km/h?
- A) Media hora      B) 2 horas      C) 1 hora y media      D) 1 hora      E) 2 horas y media
- 8** ¿Cuál de los polígonos regulares siguientes se puede usar para teselar el plano, con piezas de la misma forma, sin superponerse o dejar huecos entre ellas?
- A) Pentágono      B) Hexágono      C) Heptágono      D) Octógono      E) Eneágono

9

Dentro de un rectángulo de lados 16 m y 9 m, hay un cuadrado cuya superficie es la cuarta parte de la superficie del rectángulo. ¿Cuál es el lado del cuadrado?

- A) 4 m
- B) 5 m
- C) 6 m
- D) 7 m
- E) 8 m

10

Calcular el valor de  $b$  para que la media de los números 16, 19, 24, 25, 30, 31, 32, 46,  $b$  sea 30.

- A) 47
- B) 48
- C) 53
- D) 50
- E) 57

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

11

¿Cuál de los siguientes números es divisible por 3?

- A)  $10^{2017}$
- B)  $10^{2017} + 2016$
- C)  $10^{2017} + 2017$
- D)  $10^{2017} + 2018$
- E)  $10^{2017} + 2019$

12

La fracción  $\frac{1}{2^{2017}}$  se escribe en forma decimal. ¿Cuál es su última cifra detrás de la coma?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 5

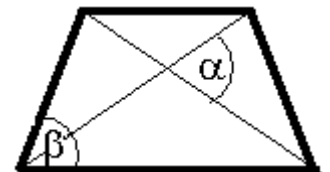
13

Durante un día entero (desde media noche hasta un minuto antes de la siguiente medianoche), ¿cuántas veces se superponen las agujas horaria y minutura de un reloj?

- A) 11
- B) 12
- C) 22
- D) 23
- E) 24

14

En un trapecio, los lados laterales y la base menor tienen la misma longitud. Sea  $\alpha$  el ángulo agudo entre las diagonales del trapecio, y  $\beta$  el ángulo entre el lado lateral y la base mayor. El cociente  $\frac{\alpha}{\beta}$  es



- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

15

Hallar el ángulo de un pentágono convexo sabiendo que es la media aritmética de los otros ángulos del pentágono.

- A)  $90^\circ$
- B)  $100^\circ$
- C)  $108^\circ$
- D)  $110^\circ$
- E) Imposible determinarlo

16

Sean  $a$  y  $b$  dos números reales distintos. ¿Cuál es la solución de la ecuación  $\frac{x-a}{x-b} = \frac{x-b}{x-a}$  ?

- A)  $\frac{a-b}{2}$
- B)  $\frac{a^2 + b^2}{a+b}$
- C)  $\frac{a^2 + b^2}{2(a+b)}$
- D)  $a+b$
- E)  $\frac{a+b}{2}$

17

¿Para qué valor natural de  $n$  la fracción  $\frac{15n-2}{7n+1}$  es un número natural?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

**18** Un triángulo equilátero y un hexágono regular están inscritos en la misma circunferencia. Los tres vértices del triángulo coinciden con tres vértices no consecutivos del hexágono. ¿Cuál es el cociente entre las áreas del triángulo y del hexágono?

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{1}{5}$

**19** Los vértices A, B, C, D del cuadrado ABCD están situados en tres rectas paralelas,  $r$ ,  $m$  y  $n$ , de tal manera que D está en la recta superior  $r$ , A y C están en la intermedia  $m$ , y B está en la inferior  $n$ . El cuadrado tiene área 50 unidades cuadradas. ¿Cuál es la distancia entre  $r$  y  $m$ ?

- A)  $\sqrt{12,5}$       B) 5      C)  $\sqrt{50}$       D) 10      E) Imposible determinarlo

**20** Tenemos 31 sobres, numerados del 1 al 31. En cada sobre ponemos tantas tiras de papel como indique el número del sobre. ¿Cuántas tiras, en total, hay dentro de los sobres de numeración par?

- A) 496      B) 256      C) 248      D) 240      E) 233

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

**21** Las longitudes de los dos lados de un rectángulo son las raíces de la ecuación  $x^2 - 11x + 13 = 0$ . ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?

- A) 11      B) 12      C) 13      D) 22      E) 26

**22** Desde un vértice de un paralelogramo de lados 16 cm y 12 cm, se trazan las perpendiculares a los lados opuestos. El ángulo agudo entre esas perpendiculares es de  $30^\circ$ . ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del paralelogramo?

- A) 72      B) 48      C) 96      D) 144      E) 192

**23** Las diagonales de un cuadrilátero lo dividen en 4 triángulos, de áreas  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , que son números primos que verifican  $a \cdot b = c \cdot d$ . ¿Cuál de los siguientes números no puede representar el área de ese cuadrilátero?

- A) 18      B) 20      C) 22      D) 24      E) 26

**24** ¿Cuánto vale la suma de todos los números naturales  $n$  tales que  $n^2 + 12$  es divisible por  $n + 4$ ?

- A) 14      B) 16      C) 17      D) 37      E) 36

**25** En la escuela de Cangurolandia hay 2017 armarios, numerados desde 1 hasta 2017. Un día, el ladrón de números roba el número 7 de todos los armarios. Al día siguiente, el Canguro decide reponer todos los armarios afectados. ¿Cuántos armarios hay que reponer?

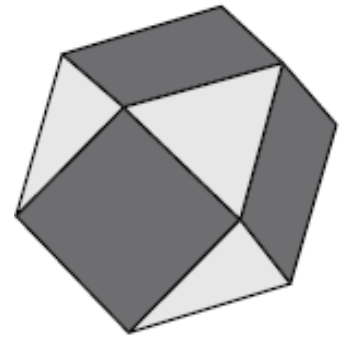
- A) 544      B) 202      C) 382      D) 272      E) 542

**26** En la primera parada de un autobús se suben  $n$  pasajeros. En cada una de las dos paradas siguientes, se bajan la mitad de los pasajeros, y sube uno más de los que subieron en la parada anterior. Al llegar a la cuarta parada, el número de pasajeros es  $2n + 1$ . El valor de  $n$  es:

- A) 10      B) 2      C) 6      D) 18      E) 14

**27**

Las caras del poliedro de la figura son triángulos o cuadrados. Cada triángulo está rodeado por 3 cuadrados, y cada cuadrado por 4 triángulos. Si el poliedro tiene 6 cuadrados, ¿cuántos triángulos tendrá?



- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 9

**28**

Cangurolandia es un país situado en un mismo huso horario. El servicio de trenes entre las ciudades A y B tiene las características siguientes: Las salidas de trenes de A a B empiezan a las 6h hasta las 18h (ambas inclusive) y sale un tren de A cada hora. Las salidas de trenes de B a A empiezan a las 6h30 hasta las 18h30 (ambas inclusive), y sale un tren de B cada hora. La duración del viaje entre las dos ciudades es 5 horas, en cada sentido. Suponiendo que los trenes no sufren retrasos ni averías, ni hay tampoco trenes de reserva, ¿cuál es el mínimo número de trenes necesario para realizar el servicio?

- A) 26                      B) 24                      C) 19                      D) 12                      E) 11

**29**

¿Cuántos pares de números enteros  $(x, y)$  verifican  $x^2 - 9y^2 = 2017$ ?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**30**

En un país muy lejano, el código del día de nacimiento de una persona es un número de 3 ó 4 cifras de la forma MMDD, que representa el Día del Mes (Si la primera cifra del Mes es un 0, se omite). Por ejemplo, para una persona que haya nacido el 7 de febrero, el código es 207. En una familia hay 3 hermanos y 1 hermana. Los 3 varones han nacido en primavera, verano y otoño, respectivamente. La suma de los códigos de los cuatro es 2017. ¿En qué mes nació la hermana?

- A) Enero                      B) Febrero                      C) Marzo                      D) Octubre                      E) Noviembre