



XXV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2018



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 15 de marzo de 2018. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con $\frac{1}{4}$ de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una

1 Cuando un tren lleva recorridos $\frac{5}{7}$ del trayecto, un pasajero deja su teléfono móvil tranquilo y se pone a admirar el paisaje por la ventanilla, hasta que ha recorrido la cuarta parte de lo que estuvo sin mirar por la ventanilla. ¿Qué fracción del trayecto le falta por recorrer al tren?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{3}{28}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{5}{28}$ E) $\frac{2}{7}$

2 Un depósito de agua se llena hasta la mitad de su capacidad. Se usan 200 litros para regar un jardín, quedando después en el depósito $\frac{1}{3}$ de su capacidad. ¿Cuál es esa capacidad?

- A) 1000 litros B) 1200 litros C) 1400 litros D) 1600 litros E) 1800 litros

3 Si los números a y b están en el intervalo $[-5, +10]$, ¿cuál es el mayor valor que puede tomar la diferencia $a - b$?

- A) -5 B) 0 C) 10 D) 15 E) 20

4 Se divide el número $2761 \cdot 6581 \cdot 4732$ entre 5. ¿Qué resto se obtiene?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5 En 2018, una de sus cifras es un número primo. ¿Cuántos años tienen que pasar para que, por primera vez, todas las cifras del número del año sean números primos?

- A) 201 B) 202 C) 203 D) 204 E) 205

6 Sean las igualdades siguientes: $X = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}$ (1009 sumandos); $Y = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4}$ (2018 sumandos)

y $Z = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{8}$ (4036 sumandos). ¿Cuál de las siguientes respuestas es cierta?

- A) Y está estrictamente comprendido entre X y Z B) $X = Y < Z$ C) $X < Y = Z$
D) $X = Y = Z$ E) ninguna de las anteriores

7 En una familia, el promedio de las edades del padre, la madre y sus dos hijos es 20 años. La suma de las edades de una abuela y un abuelo es 124 años. ¿Cuál es la media de edad de los seis miembros de esta familia?

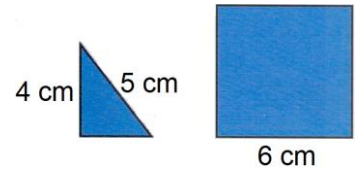
- A) 27 B) 32 C) 34 D) 37 E) 38

8 Anteayer pensó: "Dos días más y será viernes". ¿Qué día será pasado mañana?

- A) lunes B) martes C) viernes D) sábado E) domingo

9

En la figura se muestran un triángulo rectángulo y un cuadrado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?



- A) El área del triángulo es 6 cm^2 menor que la del cuadrado
 B) El perímetro del triángulo es 12 cm menor que el del cuadrado
 C) El área del triángulo es 10 cm^2 menor que el área del cuadrado
 D) El perímetro del triángulo es igual a 11 cm
 E) El área del triángulo es igual a la tercera parte del área del cuadrado

10

Un equipo de fútbol juega 28 partidos en un campeonato de liga y consigue 74 puntos (3 puntos por partido ganado, 1 punto por partido empatado y 0 puntos por partido perdido). De los números siguientes, ¿cuál puede ser el número de partidos perdidos?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

En un grupo de personas, a las dos terceras partes les gusta el fútbol y a las tres cuartas partes les gusta el tenis. ¿Cuál es, al menos, la proporción de personas del grupo a las que les gustan los dos deportes?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{5}{7}$

12

En un almacén de libros, el encargado encuentra un libro de 98 páginas al que le falta una hoja. Cuando se suman los números de todas las páginas que quedan, el resultado es 4708. ¿Qué números de página deben estar en la hoja que falta?

- A) 23 y 24 B) 49 y 50 C) 51 y 52 D) 71 y 72 E) 97 y 98

13

Sea X un número natural tal que la suma $X + 1923$ es un número capicúa de cuatro cifras. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor valor posible de X y el menor valor posible de X ?

- A) 2992 B) 8008 C) 9999 D) 11991 E) 11999

14

Se han inscrito en una competición 11 mujeres y 19 hombres. Los organizadores quieren formar 8 equipos, de tal manera que todos ellos tengan el mismo número de personas y en cada equipo haya el mismo número de mujeres que de hombres. ¿Cuántas personas más, como mínimo, se deben inscribir para que esto sea posible?

- A) 2 B) 8 C) 10 D) 18 E) 26

15

Los nueve primeros términos de una sucesión son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Los nueve siguientes son las últimas cifras de los cuadrados de los nueve términos anteriores. Con estos nueve términos así obtenidos se procede de la misma manera, y así sucesivamente. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 2018 en esta sucesión?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

16

La suma de las cifras de un número de tres cifras es 26. ¿Cuánto vale su producto?

- A) 48 B) 504 C) 648 D) 729 E) ninguno de los anteriores

17

En el triángulo ABC el punto O situado en AB es tal que $\overline{CO} = \overline{OB}$ y $\overline{CA} = \overline{OA}$. Sabiendo que el ángulo $\angle ACB = 60^\circ$, la medida del ángulo $\angle ABC$ es

- A) 10° B) 15° C) 20° D) 25° E) 30°

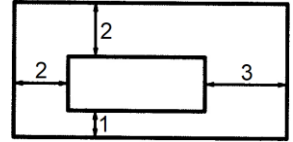
18

Sea M el conjunto de todos los números k que son divisibles por 2 y por 9 y tienen 15 divisores. ¿Cuánto vale la suma de los elementos de M?

- A) 468 B) 486 C) 684 D) 586 E) 682

19 La figura muestra dos rectángulos de lados paralelos. ¿Cuál es la diferencia entre las longitudes de los perímetros de ambos rectángulos?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10



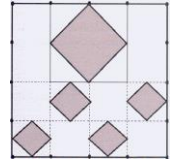
20 Tres amigos, Pablo, Leonardo y Vincent están hablando sobre una exposición de cuadros que van a visitar. Pablo dice: "Por lo menos hay cuatro pinturas de Rembrandt". Leonardo: "No, a lo sumo hay tres pinturas de Rembrandt". Vincent: "Al menos hay una de sus pinturas". Solamente uno de ellos tenía razón. ¿Cuántas pinturas de Rembrandt hay en la exposición?

- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) cuatro

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Cada lado del cuadrado grande mostrado en la figura se ha dividido en cuatro partes iguales, como indican los puntos que aparecen en cada lado. El área total de las partes grises mide 144 cm^2 . El perímetro del cuadrado grande es

- A) 96 B) 144 C) 254 D) 288 E) 312



22 El resultado de triplicar la base y el exponente de la potencia s^t es r . Se sabe además que r es igual al producto de s^t por u^t , con $s > 0$, $u > 0$ y $t \neq 0$. Entonces u es igual a

- A) $3s^2$ B) $9s^2$ C) $27s^2$ D) $27s$ E) $9s$

23 Julia tiene un círculo de cartón. Dibuja en él un triángulo equilátero cuya área es la mayor posible. Después, en ese triángulo recorta un segundo círculo cuya área es también la mayor posible. ¿Qué fracción del área del círculo inicial ha sobrado?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

24 Para derrotar a un dragón hay que cortarle todas las cabezas. Pero cuando se le cortan 3, inmediatamente le surge una más. Un caballero ha derrotado al dragón. ¿Cuál de los siguientes números no puede ser el número de cabezas que le ha cortado?

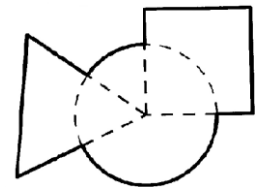
- A) 13 B) 31 C) 65 D) 76 E) 99

25 Los 156 asientos de un teleférico están situados en el cable que los mueve, de tal manera que la distancia entre dos asientos adyacentes es siempre la misma. Si estás sentado en el asiento número 120, ¿cuál es el número del asiento que viene en dirección opuesta a la tuya y que te cruzas con él cuando llegas a la mitad del viaje?

- A) 36 B) 42 C) 138 D) 168 E) 198

26 El centro de la circunferencia de radio 2 cm es, al mismo tiempo, el vértice de un cuadrado cuyo lado mide 3 cm y el vértice de un triángulo equilátero cuyo lado mide 4 cm. Como se ve en la figura, el cuadrado y el triángulo no se solapan y no tienen lados comunes. El perímetro de la figura así obtenida es, en cm,

- A) $16 + \frac{7\pi}{3}$ B) $25 + 4\pi$ C) $16 + \frac{7\pi}{6}$ D) $16 - \frac{7\pi}{3}$ E) otro valor

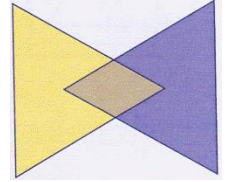


27 Un libro tiene 100 frases, una en cada página. La primera, en la página 1, dice: "Hay 1 afirmación falsa en este libro". La segunda, en la página 2, es: "Hay 2 afirmaciones falsas en este libro", y así sucesivamente hasta que la de la última página es: "Hay 100 afirmaciones falsas en este libro". ¿En qué página está la única afirmación verdadera del libro?

- A) 1 B) 2 C) 50 D) 99 E) 100

28

En la figura se muestran dos triángulos equiláteros iguales que se solapan parcialmente, de manera que un vértice de cada uno está en el centro del otro y sus lados son paralelos. ¿Cuál es el cociente entre el área común a los dos triángulos y el área de la parte no solapada de los dos triángulos?



- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{2}{7}$

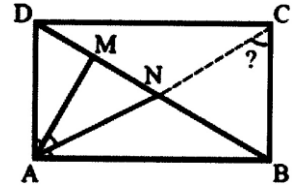
29

Simplificando $\left(-\frac{1}{216}\right)^{-\frac{2}{3}}$ obtenemos

- A) 36 B) -36 C) $\frac{1}{36}$ D) $-\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{6}$

30

Se considera el rectángulo ABCD. Los puntos M y N están en la diagonal DB de tal manera que $\angle DAM = \angle MAN = \angle NAB$, como se ve en la figura. Sabiendo que $\overline{AD} = a$ y que $\overline{AB} = a \cdot \sqrt{3}$, la medida del ángulo $\angle NCB$ es



- A) 45° B) 35° C) 43° D) 60° E) 30°