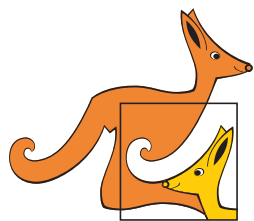


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de cinq millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2010 — Durée : 50 minutes

Épreuve Étudiants, sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes consécutives depuis la première question, un score de 8 assurant un prix).
- Les classements sont séparés pour les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**
-

1 Si les deux lignes du tableau ont la même somme, combien vaut Δ ?

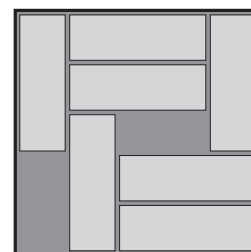
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Δ

- A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2000

2 Il y a sept barres dans une boîte.
On peut faire glisser les barres à l'intérieur de la boîte afin de laisser la place pour une barre de plus.

Combien de barres au minimum faut-il déplacer pour cela ?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) c'est impossible



3 L'ascenseur met 6 secondes pour aller du 1^{er} au 3^e étage. Combien de secondes met-il pour aller du 1^{er} au 6^e étage ?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

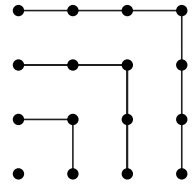
4 Deux cubes reposent l'un sur une face d'aire 1 dm² et l'autre sur une face d'aire 4 dm².
On souhaite remplir le grand cube en allant chercher de l'eau d'une source avec le petit cube.
Combien de fois, au minimum, doit-on aller à la source ?

- A) 2 fois B) 4 fois C) 6 fois D) 8 fois E) 16 fois

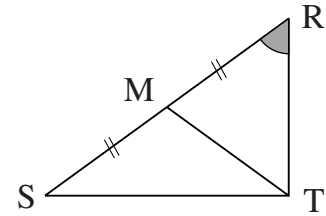
5 Dans une entreprise l'affirmation « Tous les employés ont au moins 25 ans. » s'avère fausse.
Ceci signifie que :

- A) tous les employés de l'entreprise ont exactement 25 ans
B) tous les employés de l'entreprise ont plus de 26 ans
C) aucun employé de l'entreprise n'a encore 25 ans
D) un employé de l'entreprise a moins de 25 ans
E) un employé de l'entreprise a exactement 26 ans

- 6 En utilisant la figure, nous observons que : $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$.
 Quelle est la valeur de $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$?
 A) 14×14 B) 9×9 C) $4 \times 4 \times 4$
 D) 16×16 E) 7×9

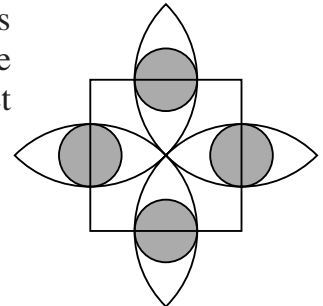


- 7 RST est un triangle rectangle en T et M est le milieu de l'hypoténuse.
 Si $\widehat{R} = 60^\circ$, alors combien vaut \widehat{SMT} ?
 A) 105° B) 108° C) 110°
 D) 120° E) 125°



- 8 Parmi tous les nombres à trois chiffres constitués uniquement avec des chiffres impairs, combien sont divisibles par 5 ?
 A) 10 B) 16 C) 20 D) 25 E) 125
- 9 Dans l'expression $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9 \star 10$, on remplace chaque étoile soit par + (addition), soit par \times (multiplication). On a obtenu la plus grande valeur possible. Combien d'étoiles a-t-on remplacées par + ?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 7

- 10 Sur la figure, le côté du carré a pour longueur 2, les quatre demi-cercles ont leurs centres aux sommets du carré et passent tous par le centre du carré. Les disques en gris ont leurs centres sur les côtés du carré et sont tangents aux demi-cercles. Quelle est l'aire totale grisée ?



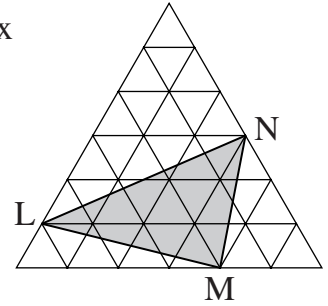
- A) $4(3 - 2\sqrt{2})\pi$ B) $\sqrt{2}\pi$ C) π
 D) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ E) $\frac{1}{4}\pi$

- 11 Parmi les nombres suivants, quel est celui qui peut être le nombre d'arêtes d'un prisme ?
 A) 6 B) 200 C) 2011 D) 2012 E) 2013

- 12 Les nombres entiers de 1 à 10 sont écrits au tableau ; un élève efface deux nombres et les remplace par leur somme diminuée de 1 ; puis un autre élève efface deux nombres et les remplace par leur somme diminuée de 1 ; et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul nombre. Qu'arrive-t-il à la fin ?
 A) on trouve toujours 11 B) on trouve toujours 46 C) on trouve toujours 50
 D) on trouve toujours 55 E) on ne trouve pas toujours le même nombre

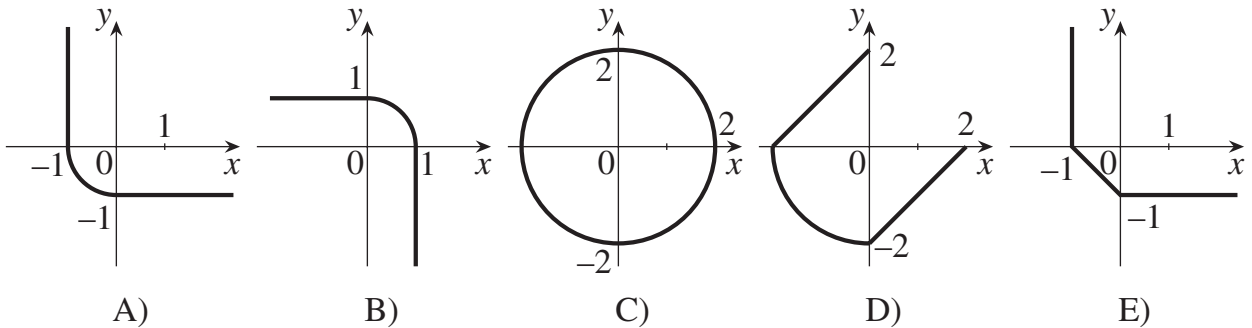
- 13 Un sac contient des balles de trois couleurs : bleue, verte et rouge. Et il contient au moins une balle de chacune de ces couleurs. On sait que si, les yeux bandés, on prend cinq balles dans le sac au hasard, dans tous les cas on tirera au moins deux balles rouges et au moins trois balles ayant la même couleur. Quel est le nombre de balles bleues dans le sac ?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
 E) on ne peut pas le savoir sans information supplémentaire

- 14** Le grand triangle équilatéral est découpé en 36 petits triangles équilatéraux ayant tous la même aire 1. Quelle est l'aire du triangle LMN ?
- A) 11
 - B) 12
 - C) 13
 - D) 14
 - E) 15



- 15** Les entiers x et y vérifient $2x = 5y$. Un seul des nombres suivants peut être la somme $x + y$. Lequel ?
- A) 2011
 - B) 2010
 - C) 2009
 - D) 2008
 - E) 2007

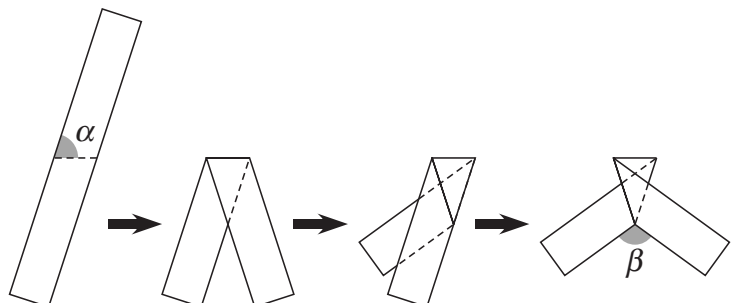
- 16** Quelle est la courbe représentant l'ensemble des solutions de l'équation : $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$?



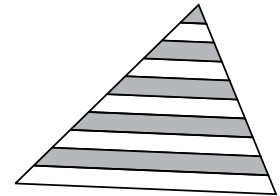
- 17** Combien de triangles rectangles peut-on tracer en joignant trois sommets quelconques d'un polygone régulier à 14 côtés ?
- A) 42
 - B) 84
 - C) 88
 - D) 98
 - E) 168
- 18** Les trois nombres $\sqrt{7}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[6]{7}$ sont des termes consécutifs d'une progression géométrique. Quel est le terme suivant de cette progression ?
- A) $\sqrt[9]{7}$
 - B) $\sqrt[12]{7}$
 - C) $\sqrt[5]{7}$
 - D) $\sqrt[10]{7}$
 - E) 1

- 19** Les longueurs des côtés d'un triangle, exprimées en centimètres, sont les entiers naturels 13, x et y . On sait que $xy = 105$. Quel est le périmètre de ce triangle ?
- A) 35
 - B) 39
 - C) 51
 - D) 69
 - E) 119

- 20** Un ruban est replié trois fois suivant le schéma ci-contre. Si l'angle α vaut 70° , quel est au final l'angle β ?
- A) 140°
 - B) 130°
 - C) 120°
 - D) 110°
 - E) 100°



- 21** Des segments parallèles à sa base, divisent les deux autres côtés du triangle en 10 parties égales, comme le montre la figure.
 Quel pourcentage de la surface du triangle est grisé ?
 A) 41,75 % B) 42,5 % C) 45 %
 D) 46 % E) 47,5 %



- 22** Les faces d'un dé sont numérotées de 1 à 6. On lance le dé trois fois. Si le nombre obtenu au troisième lancer est égal à la somme des nombres obtenus aux deux premiers lancers, quelle est la probabilité que le nombre 2 soit apparu au moins une fois lors de ces trois lancers ?
 A) 1/6 B) 91/216 C) 1/2 D) 8/15 E) 7/12

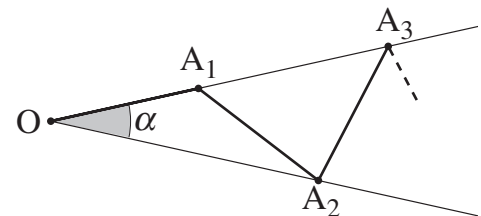
- 23** Soit $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction vérifiant : $\forall x > 0, 2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$. Combien vaut $f(6)$?
 A) 993 B) 1 C) 2009 D) 1013 E) 923

- 24** Un code-barre comme celui de la figure est composé de bandes alternativement noires ou blanches, commençant et se terminant toujours par une bande noire. Chaque bande, quelle que soit sa couleur, a une largeur de 1 ou de 2 ; et la largeur totale du code-barre est 12. En lisant de la gauche vers la droite, combien a-t-on de codes-barres deux à deux différents ?
 A) 24 B) 132 C) 66 D) 12 E) 116



Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** On zigzague entre deux demi-droites en traçant des segments égaux comme indiqué par la figure (ici $[OA_1]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$ sont les trois premiers segments tracés). Si l'angle α mesure 13° , quel est le nombre maximum de segments qu'on peut construire sans qu'aucun ne recoupe un précédent ?



- 26** Sur chaque côté d'un pentagone est marqué un entier de sorte que deux entiers adjacents n'ont jamais de diviseur commun plus grand que 1 et que deux entiers non-adjacents ont toujours un diviseur commun plus grand que 1. Quel entier strictement inférieur à 10 peut-on marquer ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

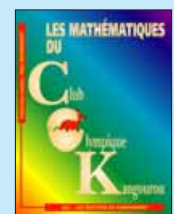


Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org