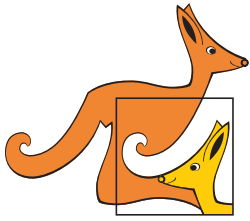


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

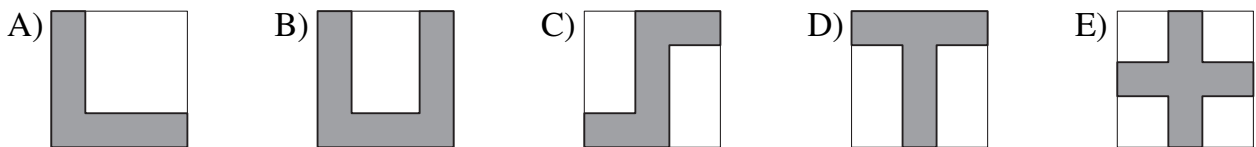
Jeu-concours 2013 — Durée : 50 minutes

Sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau : [2^{de}], [1^{re} non S] et [T^{ale} non S] des lycées d'enseignement général et technologique.

1 Le nombre 200 013 – 2013 vaut :
A) 2 000 B) 200 000 C) 20 013 D) 198 000 E) 1 980 000

2 Fiona a colorié cinq figures sur des feuilles de papier carrées. Quelle est celle qui n'a pas le même périmètre que le carré de papier initial ?



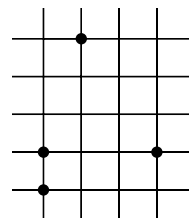
3 À la boulangerie, il y avait une promotion :
« 1 brioche : 2 €. Pour 5 brioches achetées, la 6^e est gratuite. »
Mado a acheté 16 brioches. Combien a-t-elle payé ?
A) 8 € B) 12 € C) 26 € D) 28 € E) 32 €

4 Trois nombres positifs x , y et z vérifient $xy=14$, $yz=10$ et $zx=35$. Combien vaut $x+y+z$?
A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

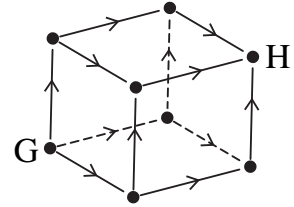
5 Simon doit lire un gros livre de 2013 pages. Il lit 33 pages tous les jours de mars et d'avril. Combien de pages lui reste-t-il à lire le 1^{er} mai ?
A) 0 B) 1 C) 3 D) 11 E) 61

6 Quatre points sont marqués sur un quadrillage. On considère les triangles ayant comme sommets trois de ces quatre points. Quelle est, en carreaux, la plus petite aire de ces triangles ?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

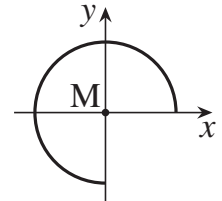


- 7** Combien y a-t-il de chemins pour aller de G à H en suivant les arêtes à sens unique du cube ci-contre ?
 A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 8



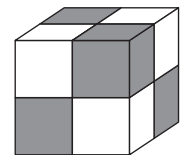
- 8** Quelle est la différence entre le plus grand multiple de 4 à trois chiffres et le plus petit multiple de 4 à trois chiffres ?
 A) 900 B) 899 C) 896 D) 225 E) 224

- 9** Voici un arc de trois quarts de cercle, de centre M.
 On le fait d'abord tourner autour de M de 90° dans le sens inverse de aiguilles d'une montre ; puis on opère une symétrie par rapport à l'axe des x .
 Quelle figure obtient-on ?



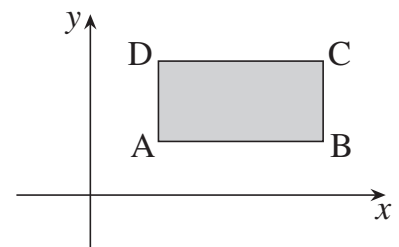
- A) B) C) D) E) F)

- 10** Les faces extérieures d'un cube sont peintes de carrés noirs et blancs, exactement comme si le cube était fait de 4 petits cubes noirs et 4 petits cubes blancs.



- Lequel de ces patrons convient pour réaliser ce cube ?
 A) B) C) D) E)

- 11** Le rectangle ABCD dessiné a ses côtés parallèles aux axes du repère.
 Ses sommets ont des coordonnées strictement positives.
 Pour chacun des 4 sommets A, B, C, D, on calcule le quotient y/x de l'ordonnée par l'abscisse.
 Pour lequel des 4 points obtient-on le plus petit quotient ?
 A) A B) B C) C D) D
 E) cela dépend des dimensions du rectangle



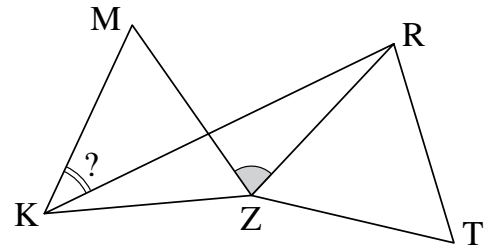
- 12** Voici des nombres : 2, 4, 16, 25, 50 et 125.
 Le produit de trois de ces nombres est 1000. Quelle est leur somme ?
 A) 70 B) 77 C) 131 D) 143 E) aucun des résultats précédents

13 Lequel des nombres ci-dessous est le plus grand ?

- A) $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$ B) $\sqrt{20} \times 13$ C) $20 \times \sqrt{13}$ D) $\sqrt{20 \times 13}$ E) $\sqrt{2013}$

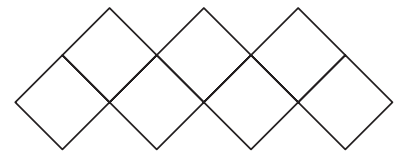
14 Les deux triangles KZM et RZT sont équilatéraux. Si $MZ = ZR$ et si l'angle \widehat{MZR} mesure 70° , combien mesure l'angle \widehat{MKR} ?

- A) 20° B) 25°
C) 30° D) 35°
E) 40°



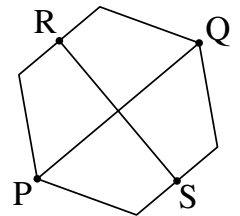
15 Voici un « zigzag » formé de sept carrés de côté 1. Son périmètre est 16. Quel est le périmètre d'un « zigzag » de 2013 carrés construits de la même façon ?

- A) 2022 B) 4028 C) 4032
D) 6038 E) 8050



16 [PQ] est un segment qui joint 2 sommets opposés d'un hexagone régulier. [RS] est le segment perpendiculaire à [PQ] joignant les milieux de deux côtés opposés. Combien vaut le produit $PQ \times RS$ sachant que l'aire de l'hexagone est 60 ?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100



17 La classe a eu un contrôle. Si chaque garçon avait eu 4 points de plus, cela aurait fait monter la moyenne de 1 point. Quel est le pourcentage de filles dans la classe ?

- A) 25% B) 50% C) 75% D) 80% E) impossible à déterminer

18 Aujourd'hui, 21 mars 2013, c'est l'anniversaire à la fois de Jean et de son fils. Et curieusement, en multipliant l'âge de Jean et celui de son fils, on trouve 2013. Quel âge avait Jean à la naissance de son fils ?

- A) 61 ans B) 50 ans C) 33 ans D) 29 ans E) 28 ans

19 En ajoutant 4^{15} et 8^{10} , on obtient une puissance de 2. Laquelle ?

- A) 2^{15} B) 2^{20} C) 2^{30} D) 2^{31} E) 2^{60}

20 Cinq entiers strictement positifs consécutifs ont la propriété suivante : trois d'entre eux ont la même somme que les deux autres. Combien y a-t-il d'ensembles de cinq entiers strictement positifs consécutifs ayant cette propriété ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) plus que 3

- 21** Combien de chiffres après la virgule faut-il, au minimum, pour écrire la valeur exacte de $\frac{1}{1024}$?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 1024
- 22** On a écrit les entiers de 1 à 22 sur 22 cartes. On assemble ces cartes deux par deux pour écrire 11 fractions (une carte servant de numérateur et l'autre de dénominateur). Quel est le plus grand nombre de fractions égales à un nombre entier que l'on puisse obtenir ?
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
- 23** À partir d'une liste de trois nombres, la procédure *change-en-somme* donne une nouvelle liste en remplaçant chaque nombre par la somme des deux autres.
 Par exemple, à partir de la liste (3 ; 4 ; 6) la procédure *change-en-somme* donne (10 ; 9 ; 7) et un nouveau *change-en-somme* donne (16 ; 17 ; 19).
 Partant de la liste (1 ; 2 ; 3), combien de fois de suite faut-il appliquer la procédure *change-en-somme* pour voir apparaître le nombre 2013 dans la liste ?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 2013 E) 2013 n'apparaîtra jamais
- 24** Victor aperçoit un tracteur. Le tracteur tire un long tuyau en avançant lentement à vitesse constante. Voulant connaître la longueur du tuyau, Victor, en marchant dans le sens inverse de celui du tracteur, compte 20 pas pendant qu'il longe le tuyau. Puis, à la même allure, en marchant dans le même sens que le tracteur, il remonte le long du tuyau et compte 140 pas. Si la longueur d'un pas de Victor vaut 1 m, quelle est la longueur du tuyau ?
 A) 30 m B) 35 m C) 40 m D) 48 m E) 80 m

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Combien de cubes $2 \times 2 \times 2$ différents peut-on construire avec 4 cubes unités blancs et 4 noirs ?
- 26** Quel chiffre est à la 999^e place dans la ligne 12233344445... où chaque entier N est écrit, chacun son tour, N fois ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org